

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאטר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד) **GOOL**

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): **GOOL**

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.

סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמואנך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי) **GOOL**

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש בכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את תנוגי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית: $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

וקטורים $dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$

$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

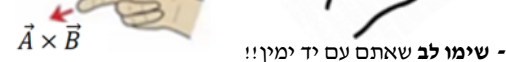
$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

מבוא מתמטי **GOOL**

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

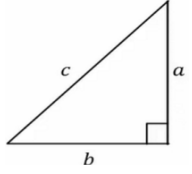
ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

1 ניצב שמול: $\frac{1}{\tan \alpha} = \frac{b}{a}$

$a^2 + b^2 = c^2$



$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו-x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

נגזרות נוספות: $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$z = z$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

$z = r \cos \varphi$

$x = r \sin \varphi \cos \theta$

$y = r \sin \varphi \sin \theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

פירוק לרכיבים: $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר:

$$\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

