

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

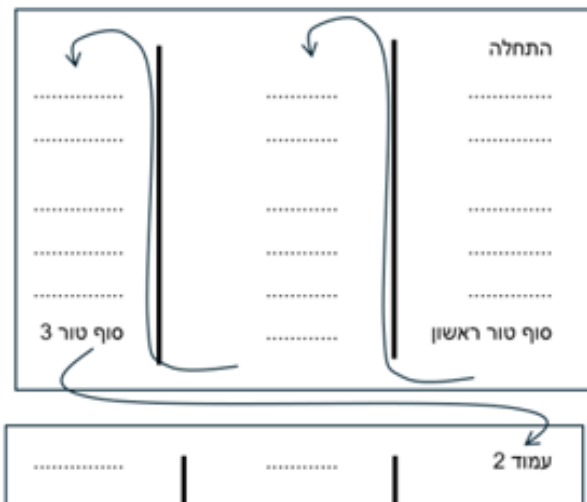
ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות. בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0

בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
 - 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g * t_גובה

שיא גובה = y_0 + v_0^2 / 2g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)

y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g = -a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0): t_גובה = v_0 sin(θ) / g

שיא גובה = y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

- טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g
- טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות
- משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיכוך סטטי: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות. גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: f_s ≤ μ_s N או f_s,max = μ_s N

חיכוך קינטי: פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים).



דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: ΣF = ma

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר: ΣF_x = ma_x ; ΣF_y = ma_y

בנפרד. כלומר: כוחות ע"מ מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נסיק את הקשר בין התאוצות של הגופים.

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן): v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים: התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות. הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = ∫ v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

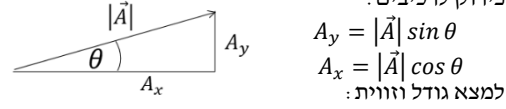
a(t) = dv/dt ; v(t) = ∫ a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים



למצא גודל וזווית: |A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan theta = A_y / A_x

חיבור וקטורים: בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון. תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום. כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר: B = alpha A = (alpha A_x, alpha A_y)

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos alpha

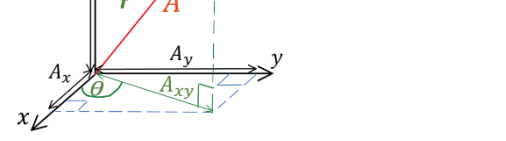
תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת. נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos alpha = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

וקטור יחידה: וקטור בשלושה מימדים:

0 ≤ φ ≤ π ; 0 ≤ θ ≤ 2π

tan theta = A_y / A_x



sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) ; cos phi = A_z / |A| = A_z / sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)

פירוק לרכיבים: A_xy = |A| sin phi ; A_z = |A| cos phi

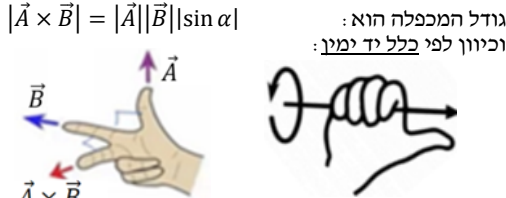
A_x = |A| sin phi cos theta ; A_y = |A| sin phi sin theta

מכפלה וקטורית: דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A x B = | i j k | | A_x A_y A_z | | B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד: גודל המכפלה הוא: |A x B| = |A| |B| sin alpha

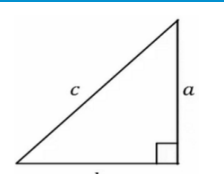
וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחרי"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמו"ל: sin alpha = a/c ; יתר: cos alpha = b/c ; ניצב ליד: tan alpha = a/b ; יתר: 1 / tan alpha = cot alpha = b/a ; ניצב שמו"ל: a^2 + b^2 = c^2



sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α	90° - α
tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α	90° + α
tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α	180°
tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	-α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α	-α
tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	
sin 2α = 2 sin α cos α ; cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α ; cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	α ± β

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

משוואת הקו הישר: m = Δy / Δx = tan alpha כאשר alpha היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / (2a)

נוסחת השורשים: x_{1,2} = (-b ± sqrt(b^2 - 4ac)) / 2a

מעברים בין יחידות: קיל (k) זה 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr ; מיל (m) זה 1/1000 : 1mm = 1/1000 m ; ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

קוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c} ; (a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

צפיפות: צפיפות נפחית: rho = M/V ; צפיפות משטחית: sigma = M/S

צפיפות אורכית: lambda = V/l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1

דבר- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה: x(t) = x_0 + v(t - t_0)

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות. גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: v(t) = v_0 + a(t - t_0)

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

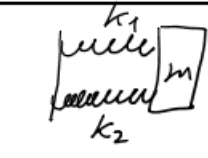
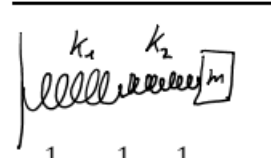
x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

קפיצים

GOOL

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב l)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

GOOL

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
 - כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
 - אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{EF} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ): $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב l)
האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 *בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $W_{NC} = \Delta E$
 E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.
 W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:
 $h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חוס (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. - כמות החוס שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{fk}$
 - ניתן לחשב את החוס שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$
 היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שנייה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$
נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 - בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
 - הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
 (ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).
הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה): $a_\theta = \alpha R$
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

GOOL

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשמרת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:
 $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

התנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:
 $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.
 - משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות
רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.
 - משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.
 - שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.
התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

GOOL

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.
 הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית.
 בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר למיקום.

GOOL

תנועה הרמונית

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$
 - הראשית היא בנקודת שיווי המשקל.
 - נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסי')
 A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל.
 ω - תדירות זוויתית. φ - פאזה.

המהירות בתנועה הרמונית: $v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$
התאוצה בתנועה הרמונית: $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$
קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות וזמן המחזור: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

עבור מסה המחוברת לקפיץ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
 כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.

הפאזה: $\varphi = \omega \cdot t_0$
 כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)
בדרי"כ נמצא את φ ו- φ מתנאי התחלה:

$$x(t=0) = A \sin \varphi ; v(t=0) = -\omega A \sin \varphi$$

מהירות ותאוצה מקסימליות:
 $v_{max} = \pm \omega A ; a_{max} = \pm \omega^2 A$
תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נק' ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את $x=0$ בנקודת ש.מ ולהתעלם מהכובד.
האנרגיה בתנועה הרמונית:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

GOOL

כבידה

החוק השלישי של קפלר: $\left(\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$
 $\bar{r}$ - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.
 T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.

גודל כוח הכבידה בין שני גופים: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ - קבוע הכבידה האוניברסלי.
 m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.
אנרגיה פוטנציאלית כובדית:

$$U_G = -\frac{GMm}{r} \quad (U_{G(r \rightarrow \infty)} = 0)$$

M - מסת הגוף המשיפע. m - מסת הגוף המושפע.
 r - מרחק בין הגופים.
אנרגיה של לוויין במסלול מעגלי:

קינטית:

כוללת:

$$E_k = \frac{GMm}{2r} = -\frac{U_G}{2}$$

$$E = -\frac{GMm}{2r}$$