

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$
 γ – הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a המהירות שמודד מד לייזר:

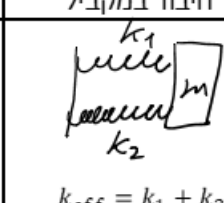
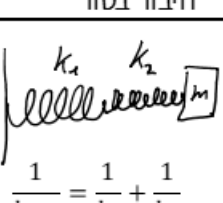
$$\vec{v} = \frac{\dot{\vec{x}} \cdot \hat{x} + \dot{\vec{y}} \cdot \hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$$

- מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקבל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

קפיצים

חוק הוק – הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta \theta \cdot R$
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
- כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- f – התדירות, T – זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$
- בכיוון החוצה ממעגל.

- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

קואורדינטות פולריות

$$x = r \cos \theta ; y = r \sin \theta$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} ; \tan \theta = \frac{y}{x}$$
$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y} ; \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$
$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r} ; \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. **החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:**

$$-m\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{\text{אמיתיים}} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

אמיתיים $\Sigma \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-m\vec{a}_0$ " – הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$$

או בצורה יותר כללית

$$\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

כאשר $\vec{v}'$ בשתי הנוסחאות ω הוא של הצופה (ולא של הגוף)

$\vec{v}'$ – מהירות הגוף ביחס לצופה.

$\vec{r}$ – וקטור המיקום של הגוף

כוח גרר וכוח ציפה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה – משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית – המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס – כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$$

η – צמיגות הנוזל, R – רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$$W_{SF} = \Delta E_k$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:

$$U_g = mgh$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

$$E = E_k + U$$

אנרגיה (מכאנית) כללית:

- U – סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בדו-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) **אין** בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{F} \times \vec{\nabla} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הוטרור בפרק וקטורים.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב – כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף – כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -F_y \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$$

$$U = - \int F_x dx + g(y, z)$$

כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב y, z

$$\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$$

$$U = - \int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2 yz + g(y, z)$$

$$\text{שלב 2 – נעשה } \frac{\partial U}{\partial y} = -F_y \text{ ומשם נמצא את } g(y, z):$$

$$\text{באמצעות אינטגרל על } y \text{ ונוסיף } h(z): \text{ בדוגמה:}$$

$$\text{נציב ב } -F_y = \frac{\partial U}{\partial y} = -(zx^2 + 3) : \frac{\partial U}{\partial y} = -x^2 z + \frac{\partial g(y, z)}{\partial y}$$

נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y, z) = -3y + h(z)$

$$\text{עכשיו } U = -x^2 yz - 3y + h(z)$$

$$\text{שלב 3 – נעשה } \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z \text{ ומשם נמצא את } h(z) \text{ באמצעות}$$

אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

$$\text{נציב ב } \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z : -x^2 y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2$$

נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע:

$$h(z) = C$$

קבלנו: $U = -x^2 yz - 3y + C$

שלב 4 – בשביל למצוא את C צריך נתני על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין נתני נשאיר את C .

- אם אין תלות ב- z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק וצילות

$$\text{הספק ממוצע: } P_{\text{avg}} = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\text{הספק רגעי: } P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$$

$\vec{F}$ – הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

$$\text{נצילות: } \eta = \frac{W_{\text{out}}}{E_{\text{in}}} = \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$$

כאשר out מציינ את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מציינ את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע

$$\text{התנע של גוף: } \vec{p} = m\vec{v}$$

$$\text{הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: } \sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{J} = \int \vec{F} dt$$

המתקף של כוח:

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן

(לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$$

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות

$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$$

התנע את המשוואה: $m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$

אם ההתנגשות חזיתית (במיד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2$$

התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות

שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.

התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$$

בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.

התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$

בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.

התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

מסה משתנה

$$\text{הנוסחה } m\vec{a} = \Sigma \vec{F} \text{ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני:}$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

$$\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{\text{rel}} \frac{dm}{dt}$$

כאשר $\frac{dm}{dt}$ הוא קצב הפליטה (חיובי כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף).

$\vec{v}_{\text{rel}}$ – מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית)

ext – הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מרכז מסה

$$\text{מיקום מרכז המסה: } \vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\text{מהירות מרכז המסה: } \vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\text{תאוצת מרכז המסה: } \vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{\text{ext}} = m a_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" – לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m} = \int x dm$$

כניל לגבי y ו-z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

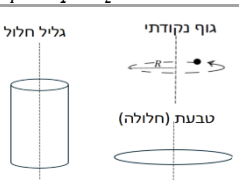
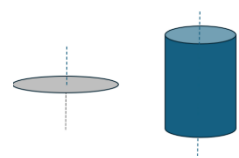
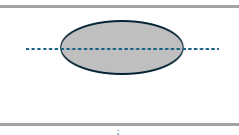
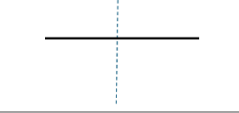
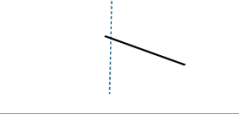
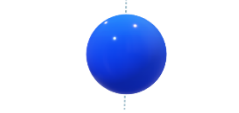
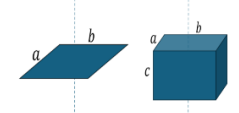
מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

משפט שטיינר:

$$I' = I_{c.m.} + md^2$$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mr^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mr^2$	
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mr^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mr^2$	
מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$	
מוט בקצה: $I = \frac{1}{3} mL^2$	
כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$	
תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$	

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:

$$I_z = I_x + I_y$$

אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף **סימטרי לאורך ציר Z**: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

$$I = \int r^2 dm$$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט:

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$$

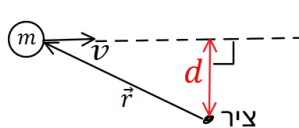
כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הברור.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:



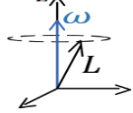
$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע:

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$ כאלו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה. פרצסיה (נקיפה):



לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z. נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$$

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

$$\vec{L} = I \vec{\omega}$$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $I_{c.m.} \vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$$

תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור

1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.

2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.

3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

דרכי כוחות ומומנטים

עושים:

- חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
- משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I \alpha$
- קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:

$$-k(x - x_0) = m \ddot{x}$$

k - m הם קבועים חיוביים כלשהם.

x - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x₀ - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.

χ - נגזרת שניה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k.

פתרון המשוואה:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית

φ - פאזה.

מצייאת הקבועים בפתרון:

x₀ - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

של המקדם של x

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

של המקדם של ẍ

$$\omega = \sqrt{\frac{x}{\ddot{x}}}$$

φ, A מוצאים מתנאי התחלה x(0) ו- ẋ(0).

נוסחה למהירות המקסימאלית:

$$v_{max} = \omega A$$

מטוטלת פיזיקלית:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg r_{c.m.}}{I_0}}$$

I₀ - מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה:

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרוסן מהצורה:

$$F = -\lambda v$$

v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה:

$$\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

כאשר $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

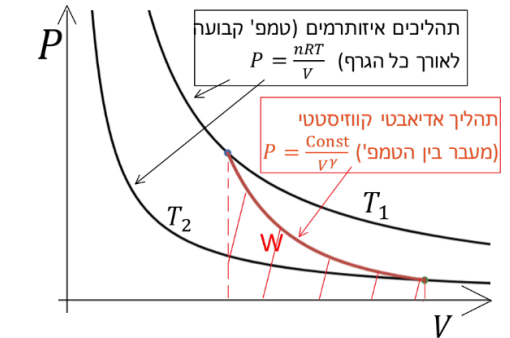
תדירות התנודות.

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא

תדירות התנודות.

A diagram showing a curved path. A vertical arrow labeled b points downwards from the top of the curve. A small circular region on the curve is labeled Δt_2 .

C_p/C_v (גדולה) - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע **למול**
(בניגוד ל C גדולה במוצקים ונוזלים, שם קיבול כל המסה)
 $C_V = m_{mol}C_V$; $C_P = m_{mol}C_P$
 c_p/c_v - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)
 $M_T = nm_{mol}$ - מסה מולרית
 $C_P - C_V = R$: **הפרש קיבולי החום תמיד קבוע** :
- גז בתהליך אדיאבטי קוויזיסטטי (מאוד איטי) נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{const}{V^\gamma}$



התפשטות חופשית : תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה **אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה**.
אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת P-V מכיוון שמשני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות (הגז עדיין לא תופס את כל הנפח של הכלי והלחץ לא אחיד)

הולכה הסעה וקרניה

הולכה - מעבר אנרגיה על ידי התנגשויות בין המולקולות
קצב הולכת חום : $\frac{dQ}{dt} = kA \frac{(T_1 - T_2)}{l}$

k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר
 A - שטח חתך. l - אורך

R-value : $R = \frac{l}{k}$

- תלוי גם בגודל החומר ולא רק בסוג.
- ערכים גבוהים מסמלים מבודד טוב.

הסעה - מעבר חום באמצעות תנועה של המולקולות בחומר.

קרניה : מועברת דרך גלים אלקטרומגנטיים, אינו דורש תווך.

משוואת סטפן בולצמן (קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה) : $\frac{dQ}{dt} = \epsilon \sigma A T^4$

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן-בולצמן
 A שטח הפנים של הגוף הפולט. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט. ϵ - קירון (אמיסיביות) $0 < \epsilon < 1$, תכונה של פני הגוף שקורן. גופים שחורים, לדוגמה פחם, $\epsilon \approx 1$

מתכות מבריקות $\epsilon \approx 0$. האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה.

הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) הוא : $\frac{dQ}{dt} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$

T_1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט.
 T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.

קרנית שמש :
הקבועה סולרי הוא $1350 \frac{W}{m^2 \cdot s}$. האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרנה. ביום בהיר נעריך את הקבוע כ 1000 וכמות החום שגוף סופג מקרינת השמש :

$\frac{dQ}{dt} = \left(1000 \frac{W}{m^2 \cdot s}\right) \epsilon A \cos \theta$

θ - הזווית בין האנך למשטח של הגוף ובין קרני השמש.

החוק השני של התרמודינמיקה

החוק השני לפי קלאוזיוס : חום זורם בצורה ספונטנית מהגוף החם לגוף הקר, חום לא זורם ספונטנית מהגוף הקר לגוף החם.

מנועי חום : $Q_H = W + Q_L$
 Q_H - כמות החום שיוצאת מהמאגר החם.
 Q_L - כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר.
 W - העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.

- שימו לב : כל הסימנים חיוביים!
 T_H ו- T_L נקראות טמפרטורות העבודה

נצילות : $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$

- לא קיים מכשיר שיש לו נצילות 100% (גם ניסוח לחוק) **תהליך הפך** : התהליך שמתבצע באיטיות אינפיניטסימלית (או בצורה קוויזיסטטית) כך שניתן לתארו כסדרה של מצבי שיווי משקל, וניתן לבצעו בכיוון ההפוך כאשר העבודה והחום שנעשים בכיוון ההפוך שווים לעבודה והחום שנעשו בכיוון המקורי.



נצילות : $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$

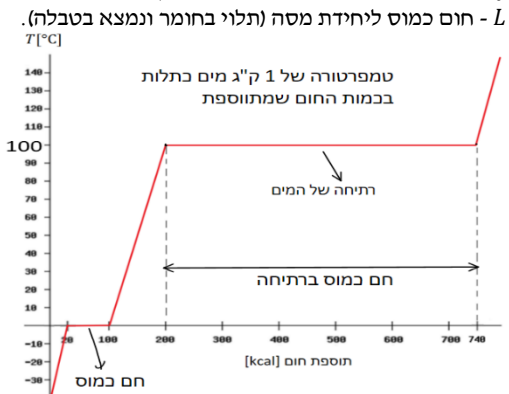
- לא קיים מכשיר שיש לו נצילות 100% (גם ניסוח לחוק) **תהליך הפך** : התהליך שמתבצע באיטיות אינפיניטסימלית (או בצורה קוויזיסטטית) כך שניתן לתארו כסדרה של מצבי שיווי משקל, וניתן לבצעו בכיוון ההפוך כאשר העבודה והחום שנעשים בכיוון ההפוך שווים לעבודה והחום שנעשו בכיוון המקורי.

קיבול חום סגולי c בטמפרטורה $20^\circ C$ ובלחץ $1 atm$

חומר	$c [J/(kg \cdot ^\circ C)]$	$c [cal/(g \cdot ^\circ C)]$
כספית	140	0.033
כסף	230	0.056
עץ	1700	0.40
קרח ($-5^\circ C$)	2100	0.50
מים נוזליים ($15^\circ C$)	4186	1.00
קיסור ($110^\circ C$)	2010	0.48
גוף האדם (ממוצע)	3470	0.83

חום כמס : חום שהולך לשינוי מצב הצבירה של החומר ואינו משנה את הטמפרטורה : $Q = m \cdot L$

Q - החום הכמס בחומר. m - מסת הגוף.
 L - חום כמס ליחידת מסה (תלוי בחומר ונמצא בטבלה).



חומר	נק' היתוך ($^\circ C$)	L_f היתוך (kJ/kg)	נק' רתיחה ($^\circ C$)	L_v רתיחה (kJ/kg)
חמצן	-219	14	-183	210
חנקן	-210	26	-195.8	200
אתנול	-114	104	78	850
אמוניה	-117	33	-33.4	137
מים	0	333	100	2260
עופרת	327	25	1750	870
כסף	961	88	2193	2300
ברזל	1808	289	3023	6340
טונגסטן	3410	184	5900	4800

החוק הראשון של התרמודינמיקה : $\Delta E_{int} = Q - W$
או בצורה רחבה יותר : $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$

ΔE_{int} - שינוי באנרגיה פנימית.
 Q - חום. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי

W - עבודה שנעשית מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי.

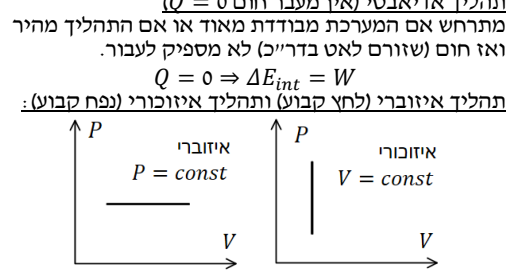
תהליך איזותרמי (טמפרטורה קבועה) : מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קוויזיסטטי (מאוד איטי)

$T = const \Rightarrow \Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q = W$

תהליך אדיאבטי (אין מעבר חום $Q = 0$) : מתרחש אם המערכת מבודדת מאוד או אם התהליך מהיר ואז חום (שזורם לאט בדר"כ) לא מספיק לעבור.

$Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{int} = W$

תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ותהליך איזוכורי (נפח קבוע) :



חישובי העבודה שנעשית בשינוי נפח : $W = \int P dV$

- הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ומוצקים.
- העבודה היא גם השטח מתחת לגרף $P(V)$

- בתהליך איזוכורי העבודה מתאפסת (כי אין שינוי נפח).
- בתהליך איזוברי העבודה שווה $P \Delta V$ כי הלחץ קבוע (לא צריך אינטגרל).

- גז בתהליך איזותרמי נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{nRT}{V}$

קיבול חום לגזים : $Q_V = nC_V \Delta T$
 $Q_P = nC_P \Delta T$

בגזים קיבול החום משתנה בהתאם לתהליך

n - מספר המולים של החומר.

- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.
- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.

- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן גירום לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל/בעל צפיפות אחידה : $P = \rho gh$
*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

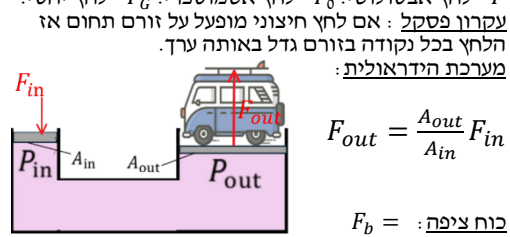
הלחץ בזורם בעל צפיפות משתנה : $P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$

לחץ אטמוספרי : $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1 atm$
 $1 bar = 10^5 Pa$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי) : $P = P_0 + P_G$
 P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

עקרון פסקל : אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית : $F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$



כוח ציפה : $F_b = \rho_l V g$
 ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

הידרודינמיקה

זרימה למינרית (שכבתית) : זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית) : זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן) : $Q_m = \frac{dm}{dt} = \rho A v$

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן) : $Q_V = \frac{dV}{dt} = A v$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה : $Q_m = Q_{m_2}$

משוואת הרציפות : $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$
עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי : הלחץ הפוך למהירות הזורם

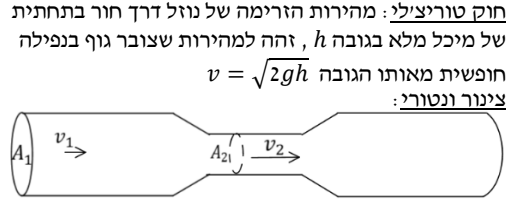
משוואת ברנולי : $\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$

או $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = const$

1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.
2. הנוזל אינו דחיס. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריציילי : מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה $v = \sqrt{2gh}$

צינור ונטורי :



חום וחוק הראשון של התרמודינמיקה

$1 cal/1 kcal$ היא כמות החום הדרושה בשביל להעלות 1 גרם /קילוגרם של מים במעלה אחת (צלזיוס) :

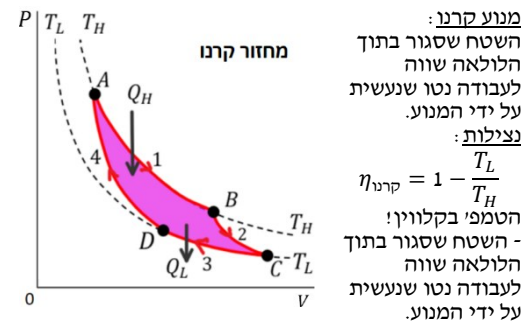
$1 cal = 4.186 J$
 $1 kcal = 4.186 kJ$

Cal עם C גדולה) = (או cal עם c קטנה) קיבול החום **הסגולי** (קיבול חום של יחידת מסה) תלוי רק בסוג החומר. ΔT - שינוי בטמפ'.

$C = mc$ (גדולה) קיבול החום הכולל של הגוף :

קיבול חום סגולי c בטמפרטורה $20^\circ C$ ובלחץ $1 atm$

חומר	$c [J/(kg \cdot ^\circ C)]$	$c [cal/(g \cdot ^\circ C)]$
אלומיניום	900	0.22
אלכוהול (אתילי)	2400	0.58
נחושת	390	0.093
זכוכית	840	0.20
ברזל / פלדה	450	0.11
עופרת	130	0.031
שיש	860	0.21



מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.

משפט קרנו: לכל המנועים ההפיכים שפועלים באותן טמפרטורות עבודה T_H ו- T_L קבועות יש אותה הנצילות. לכל מנוע בלתי הפיך שפועל תחת אותן טמפרטורות עבודה קבועות, תהיה נצילות נמוכה מזו.

מנוע בעירה: דלק נכנס ב-



מקדם יעילות מקרר/ מזגן:

$$COP = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

$$COP_{ideal} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

מקדם יעילות משאבת חום:

$$COP = \frac{Q_H}{W}$$

תמיד גדול מאחד

אנטרופיה

COOL

אנטרופיה - מדד לאי סדר

של המערכת

שינוי באנטרופיה בתהליך הפיך ובטמפרטורה קבועה:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

- אם הטמפרטורה לא קבועה אז:

- האנטרופיה היא משתנה מצב, השינוי באנטרופיה במעבר של המערכת ממצב אחד לאחר אינו תלוי בתהליך.

- אם התהליך לא הפיך אפשר לחשב את השינוי באנטרופיה בתהליך אחר, הפיך, שמתחיל ומסתיים באותם מצבים.

החוק השני במונחים של אנטרופיה:

האנטרופיה של מערכת מבודדת תמיד עולה (תהליך בלתי הפיך) או נשארת קבועה (תהליך הפיך).

או, האנטרופיה הכוללת של מערכת והסביבה שלה כתוצאה מתהליך טבעי:

$$\Delta S_T = \Delta S_{sys} + \Delta S_{env} > 0$$

פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני

מצב מיקרוסקופי: מה המיקום והמהירות של כל מולקולה בחומר.

מצב מקרוסקופי: מתואר על ידי משתנה מצב כלליים לכל המערכת כמו - לחץ, נפח, טמפרטורה ומספר המולים.

$$S = k \ln \Omega$$

האנטרופיה כתלות מספר המצבים:

k - קבוע בולצמן

Ω - פונקציה המתארת את מספר המצבים

המיקרוסקופיים המתאימים לאותו מצב מקרוסקופי.