

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

דיברגנט div בקרטזיות: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

div בגליליות: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial(F_\theta \sin \varphi)}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$

div בכדוריות: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial(F_\theta \sin \varphi)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות: $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

רוטור (Rot/Curl) בגליליות: $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות (*): $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \right) \hat{\varphi}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \right) \hat{r} + \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \right) \hat{\theta} + \left(\frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial r} \right) \right) \hat{\varphi}$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

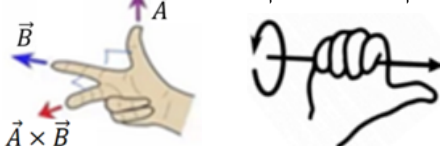
שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

בגליליות: $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$

בגליליות (*): $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \right) \hat{\varphi}$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$\vec{F} = q \vec{E}$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר) חשוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה: נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד. אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל: ϕ

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ או $\phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\phi$

מתח: $V = \Delta \phi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q \Delta \phi$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q \Delta \phi$

פוטנציאל של מטען נקודתי: $\phi = \frac{kq}{r}$

מוליכים: המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל. שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים של השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\phi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט דיפול: $\vec{p} = q \vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$\phi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$

השדה של דיפול במרחק גדול: $\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני: $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = -\vec{\nabla} U$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

מציאת התפלגות מטען: $\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$

למצא צפיפות נפחית נעשה: $\sigma = \epsilon_0 \Delta \phi$

למצא צפיפות משטחית: כאשר $\Delta \phi$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית או יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית או יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi \epsilon_0 \alpha$

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת: $U = \sum \frac{1}{2} \phi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו: $\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2 , q_1 אל q_2 ו- $r = |\vec{r}|$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפרוטנציל שהם נמצאים בו.
 - בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

חומרים דיאלקטרים
חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר. $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).
 ϵ_r א - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r \epsilon_0$
 $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$
צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$$

צפיפות המטען הכוללת:
 $\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$
צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.
 $\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:
 $\vec{P} = N \vec{p}_1$
 $\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
 N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר:
 $\vec{p} = \int \vec{P} dV$
הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:
 $\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$
 כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
 $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$
בתוך החומר:
וקטור העתקה:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים (בדר"כ בשאלות):
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
חומר איזוטרופי:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$
חומרים דיאלקטרים

הגדרת הקיבול:
 $C = \frac{|q|}{|V|}$
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
 $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
שדה בתוך קבל לוחות:
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$

קיבול של קבל גלילי:
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$
 a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
 L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.
הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
 $C' = kC_0$ (א ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.
 C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
 $C_T = C_1 + C_2$ ו- $Q_T = Q_1 + Q_2$
 שיהיה 2 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות.
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות.
 ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)
 שיהיה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

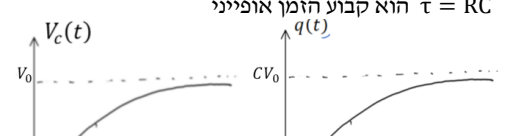
א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל.
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד.
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות.

אנרגיה האגורה בקבל:
 $U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
העבודה שמבצעת הסוללה:
 $W_S = \Delta q V_S = -2\Delta U_C$

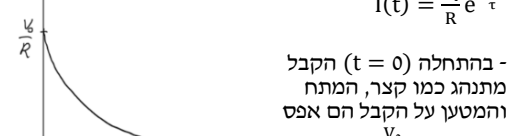
Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוה המטען שקיבל הקבל)
הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:
 $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$
 הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל
מעגל טעינה:
משוואת המתחים:
 $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = \frac{dq}{dt}$

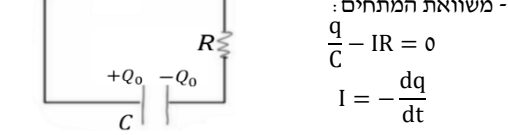
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):
 $q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; $V_C(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
 $\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



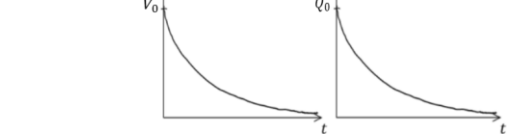
הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
 - בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.
 - לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.



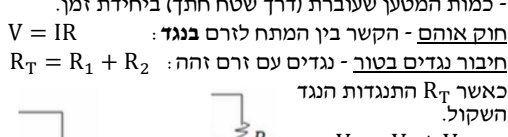
מעגל פריקה:
משוואת המתחים:
 $\frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = -\frac{dq}{dt}$
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):
 $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $Q_0 = CV_0$



מעגל זרם ישר
זרם:
 כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.
חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:
 $V = IR$
חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:
 $R_T = R_1 + R_2$
 כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.



$V_T = V_1 + V_2$
 $I_T = I_1 = I_2$
 כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.
חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
 $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $I_T = I_1 + I_2$
 $V_T = V_1 = V_2$



עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:
 בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
 במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד:
 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
 $P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות
מקור מתח לא אידיאלי:
 $V = \epsilon - Ir$
 V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.
 ϵ - כא "מ" הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
 r - ההתנגדות הפנימית.
חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
 - נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
 - נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$
 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגניות (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$$

$$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$$

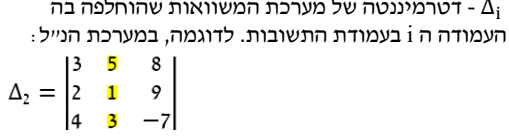
$$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה i בעמודות התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:
 1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:



2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל. לדוגמה:
 $5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$
 3. נפתור את מערכת המשוואות.

מבנה הנגד וצפיפות זרם
התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:
 $R = \rho \frac{L}{S}$
 ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
 L - אורך הנגד, דרך שהמטענים עושים בנגד.
 S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
 הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד**, במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):
 $\sigma = \frac{1}{\rho}$
צפיפות הזרם ליחידת שטח:
 $\vec{J} = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$
 כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.
 אם $\vec{J}$ אחידה אז: $I = JS$
חוק אוהם הדיפרנציאלי:
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$
 כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:
 $\vec{J} = \rho \vec{v}$
 כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בדר"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך:
 $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$
 כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז:
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:
 $\vec{k} = \sigma \vec{v}$
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
 $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:
 - שימו לב שאתם עם יד ימין!
 - כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
 - לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדה).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:
 $R = \frac{mv}{qB}$
 אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

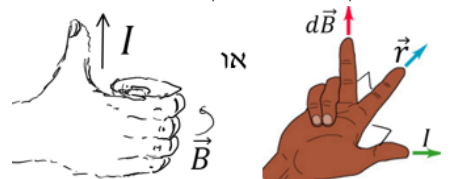
$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$
 אם $v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה. עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

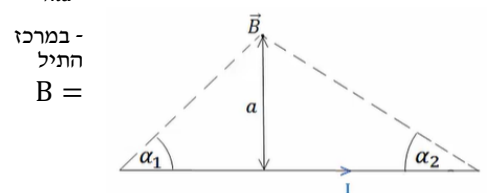
כוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I
 הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:
 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
 אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:
 $F = BIL \sin \alpha$
 את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
 - הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
 - הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לזה הכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:
 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
 $\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה. $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
 חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי:
 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:
 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{3/2}}$

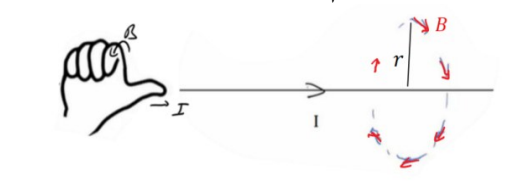
כיוון השדה לפי כלל הבורג: כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
 $\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$
 הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

חוק אמפר

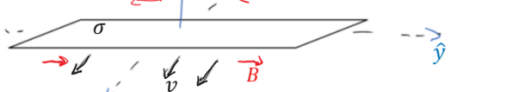
חוק אמפר:
 $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$
 כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
 - הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
 1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
 2. מישור אינסופי.
 3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי:
 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

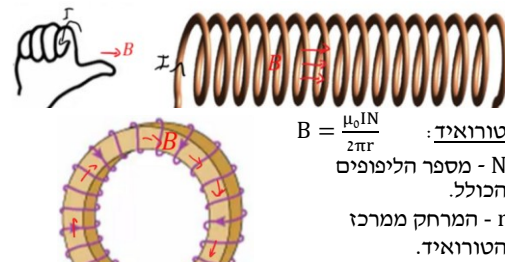
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
 שדה של מישור אינסופי:
 $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$
 עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:
 $B = \mu_0 I n$
 כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
 - כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{J}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):
 $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$
 מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{K}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):
 $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{K}$
 כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2.
 $\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$
 בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$
 בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל
 $I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$

חוק פארדיי

חוק פארדיי:
 $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
 הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
 חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:
 $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
 כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:
 $\epsilon = BLv \sin \alpha$
 כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.
 כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

השראות

השראות ברכיב:
 $L = \frac{\phi_B}{I}$
 ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
 - ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בד"כ קבועה.
 חישוב השראות לפי הגדרה:
 1. נניח שזרם זרם I ברכיב.

- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
- נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:
 $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת כא"מ ברכיב עם השראות L :
 $\epsilon = -L \dot{I}$
 האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):
 $U_L = \frac{1}{2} L I^2$

האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:
 $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$

את האינטגרל עושים על כל המרחב.
 - זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).
 - ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).
 המתח על סליל (משוך) במעגל:
 $V_L = L \dot{I}$
 הצד הגבוה הוא בנקודה שבה כנס הזרם לסליל.

מעגלי RL

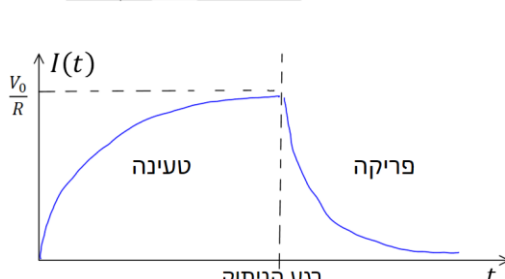
טעינה:

מעגל טעינה:

 $V_0 - IR - L \dot{I} = 0$
 $I(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-t/\tau})$
 $\tau = \frac{L}{R}$
 - סליל (או משרך) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.
 פריקה:

מעגל פריקה:

 $-IR - L \dot{I} = 0$
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-t/\tau}$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור:
 $L_T = L_1 + L_2 + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$
 במקביל:
 $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

השראות הדדית

השראות הדדית:
 $M_{1,2} = \frac{\phi_1}{I_2}$
 חישוב השראות הדדית:
 1. נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.
 - השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$
 ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).
 יחס המתחים בשנאי:
 $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום

חוק וויין:
 $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:
 $I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$$

כאשר: $\Psi(x, t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$
חבילת גלים:

$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$
בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:

- ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
- עבור המצב ה-n ציירו גל עם n-1 נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
- ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
- פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
- פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

GOOL: מנהור (tunneling)

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

גובה $U_0 > E$ אורך המחסום, l , $\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0-E)}}{\hbar}$ הפוטנציאל במחסום.

מקדם החזרה: $R = 1 - T$

GOOL: אוסילטור הרמוני

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$ $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ-1: $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את n מאפס ואז $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):

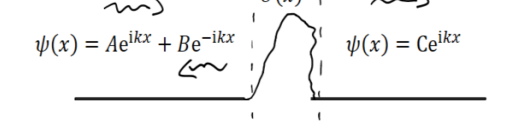
$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

מהירות החבורה:

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל-k

GOOL: פיזור



מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה:

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

עבור מדרגת פוטנציאל $U(x)$ וכאשר $E > U_0$:

$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$$

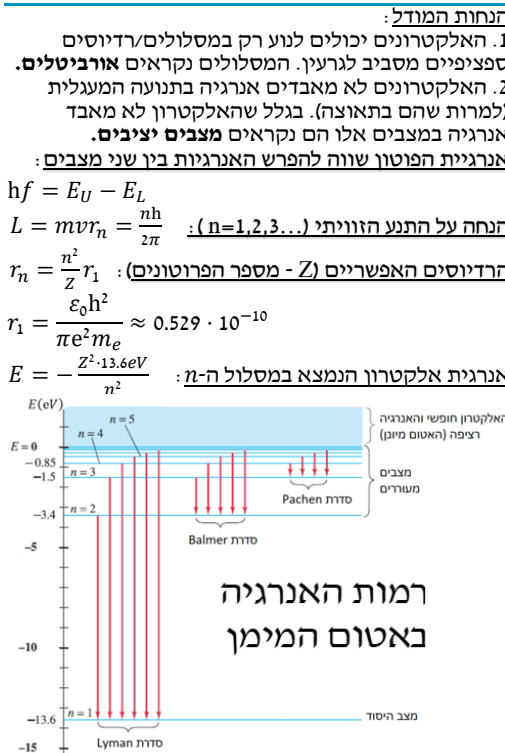
כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

GOOL: פונקציית דלתא של דיראק

הגדרות הפונקציה: $\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$

מודל האטום של בוהר: GOOL



בעיית שני הגופים ומסה מצומצמת: GOOL

מעבר למשתנים החדשים והמעבר ההפוך:

$$\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \quad \vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}; \quad \vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$$

האנרגיה במשתנים החדשים:

$$E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$$

מסה מצומצמת: $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

בהנחה שאין כוחות חיצוניים או החלק הראשון קבוע והאנרגיה תלויה רק ב- r_{rel} והנגזרת שלו כמו במימד אחד. תנאי:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}; \quad \vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$$

פונקציית הגל של החומר: GOOL

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

מיקום ממוצע: $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

שונות: $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

כאשר: $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

עקרון אי הודאות של הייזנברג: GOOL

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.

2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.

3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.

2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: $\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$

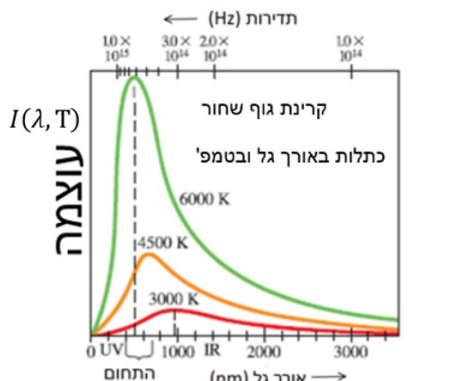
משוואת שרדינגר: GOOL

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x, t) \Psi(x, t)$$

- תנאים נוספים: 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi$



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא

- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי: $E = nhf$

כאשר n הוא המספר הקוונטי $n = 1, 2, 3, \dots$

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי: GOOL

אנרגיה של פוטון יחיד (f- תדירות האור): $E = hf$

הניסוי הפוטואלקטרי:

תדירות סף (W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$

אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$

מתח עצירה: $eV_0 = E_{kmax}$

השוואה לתורה הגלית:

- לפי התורה הפוטונית

1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם.

2. הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלק' הנפלים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית

1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.

2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון: GOOL

אנרגיה של פוטון יחיד: $E = hf$

תנע של פוטון: $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

מסת מנוחה של פוטון: $m = 0$

אפקט קומפלטון: GOOL

הסתת קומפלטון: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות: GOOL

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען

2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .

3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (ב"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.

4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר: GOOL

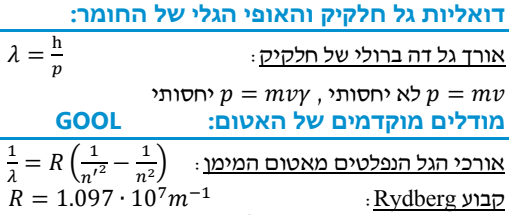
אורך גל דה ברולי של חלקיק: $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = \gamma mv$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום: GOOL

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$

קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$



בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:

1. מדוע הקרינה שפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.

2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

$$\int_0^{2\pi}\int_0^\pi\left[Y_l^m(\theta,\varphi)\right]^*\left[Y_l^{m'}(\theta,\varphi)\right]\sin\theta\,d\theta\,d\varphi=\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\frac{1}{R(r)}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right)-\frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r)-E)=l(l+1)$$

$$R(r)=\frac{u(r)}{r}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\left[V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u(r)=Eu(r)$$

פתרון עבור אטום המימן

V
(
r
)
=

k

e

2

r

{\displaystyle V(r)={\frac {ke^{2}}{r}}}

:

$$E_n=-\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}=\frac{E_1}{n^2}=\frac{-13.6eV}{n^2}$$

$$R_{nl}(r)=\sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}}e^{-\frac{r}{na}}\left(\frac{2r}{na}\right)^lL_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$$

$$a=\frac{\hbar^2}{kme^2}=0.529\cdot 10^{-10}m$$

רדיוס בוהר:

$$L_{q-p}^p(x)=(-1)^p\left(\frac{d}{dx}\right)^pL_q(x)$$

$$L_q(x)=e^x\left(\frac{d}{dx}\right)^q(e^{-x}x^q)$$

$$R_{10}=2a^{-\frac{3}{2}}exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20}=\frac{1}{\sqrt{2}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{2}\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21}=\frac{1}{\sqrt{24}}a^{-\frac{3}{2}}\frac{r}{a}exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30}=\frac{2}{\sqrt{27}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{2}{3}\frac{r}{a}+\frac{2}{27}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31}=\frac{8}{27\sqrt{6}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{6}\frac{r}{a}\right)\left(\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32}=\frac{4}{81\sqrt{30}}a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40}=\frac{1}{4}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{3}{4}\frac{r}{a}+\frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^2-\frac{1}{192}\left(\frac{r}{a}\right)^3\right)exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41}=\frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{4}\frac{r}{a}+\frac{1}{80}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)\frac{r}{a}exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42}=\frac{1}{64\sqrt{5}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{12}\frac{r}{a}\right)\left(\frac{r}{a}\right)^2exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43}=\frac{1}{768\sqrt{35}}a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{a}\right)^3exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)=R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$$

n ו-*l* שלמים, *n*=1,2,3... ו-*l*=0 ל-*n*-1

m שלם ומקיים: *l* -1 ≤ *m* ≤ *l*

אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^*\psi_{n'l'm'}r^2\sin\theta\,drd\theta d\phi=\delta_{nn'}\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק *r* מהגרעין):

$$P_{nl}(r)=|R_{nl}|^2r^2$$

התנע הזוויתי:

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=(L_x,L_y,L_z)$$

$$\hat{L}^2Y_l^m=l(l+1)\hbar^2Y_l^m$$

$$|L|=\sqrt{l(l+1)}\hbar$$

גודל התני"ז יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר. את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של *Lz*, משם אפשר למצא את

cos
⁡
θ
=

L

z

|
L
|

{\displaystyle \cos \theta ={\frac {L_{z}}{|L|}}}

$$\hat{L}_zY_l^m=m\hbar Y_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

צפיפות המצבים:

g
(
n
)
=
2

n

2

{\displaystyle g(n)=2n^{2}}

 (2-ג' מגיע מהספין).

כללי מעבר: א. *n_f* > *n_i* ב.

Δ
l
=

l

f

−

l

i

=
±
1

{\displaystyle \Delta l=l_{f}-l_{i}=\pm 1}

 ג.

Δ
m
=

m

f

−

m

i

=
0
,
±
1

{\displaystyle \Delta m=m_{f}-m_{i}=0,\pm 1}

מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$$\vec{\tau}=\vec{\mu}\times\vec{B}$$

מומנט כוח על דיפול מגנטי

μ
:

{\displaystyle {\vec {\mu }}}

:

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U=-{\vec {\mu }}\cdot {\vec {B}}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F}=(\vec{\mu}\cdot\vec{\nabla})\vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$$\vec{\mu}=\frac{-\mu_B}{\hbar}\vec{L}$$

המגנטון של בוהר:

μ

B

=

5.788
⋅

10

−
5

eV

/

T

{\displaystyle \mu _{B}={\frac {\mu _{B}}{2m_{e}}}=5.788\cdot 10^{-5}eV/T}

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני:

U
=

μ

B

L
→
⋅

B
→

=

μ

B

B
m

{\displaystyle U={\frac {\mu _{B}}{\hbar }}{\vec {L}}\cdot {\vec {B}}=\mu _{B}Bm}

 כאשר *U* הוא המספר הקוונטי של *Lz*.

$$\alpha(k,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(k)\psi(x,t)\,dx$$

יחס החילוף
 [A , B] = A B −<!-- − --> B A {\displaystyle [\hat {A},\hat {B}]=\hat {A}\hat {B}-\hat {B}\hat {A}}
יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.
אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).
יחס החילוף של המיקוס עם התנע : ⟨<!-- ⟨ --> x ^<!-- ^ --> , p x ^<!-- ^ --> ⟩<!-- ⟩ --> = i ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle \langle {\hat {x}},{{\hat {p}}_{x}}\rangle =i\hbar }
אם"ם האופרטורים <i>A</i> ו- <i>B</i> מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.
אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.
אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות
בניהם לפי: Δ<!-- Δ --> A Δ<!-- Δ --> B ≥<!-- ≥ --> 1 2 ⟨<!-- ⟨ --> [A , B] ⟩<!-- ⟩ --> {\displaystyle \Delta A\Delta B\geq {\frac {1}{2}} \langle [{\hat {A}},{\hat {B}}]\rangle }
משפט ארנפס

GOOL
 d d t ⟨<!-- ⟨ --> Q ⟩<!-- ⟩ --> = i ℏ<!-- ℏ --> ⟨<!-- ⟨ --> [H ^<!-- ^ --> , Q ^<!-- ^ -->] ⟩<!-- ⟩ --> + ∂<!-- ∂ --> Q ^<!-- ^ --> ∂<!-- ∂ --> t {\displaystyle {\frac {d}{dt}}\langle Q\rangle ={\frac {i}{\hbar }}\langle [\,{\hat {H}},{\hat {Q}}]\,\rangle +{\frac {\partial {\hat {Q}}}{\partial t}}}
אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.
זרם ההסתברות :

 j →<!-- → --> = ℏ<!-- ℏ --> 2 m i (ψ<!-- ψ --> ∗<!-- ∗ --> ∇<!-- ∇ --> →<!-- → --> ψ<!-- ψ --> −<!-- − --> ψ<!-- ψ --> ∇<!-- ∇ --> →<!-- → --> ψ<!-- ψ --> ∗<!-- ∗ -->) {\displaystyle {\vec {j}}={\frac {\hbar }{2mi}}(\psi ^{*}{\vec {\nabla }}\psi -\psi {\vec {\nabla }}\psi ^{*})}
- זרם ההסתברות מתאפס כשפונקציות גל ממשית.
- קבוע עבור מצבים יציבים.
אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב-r:

ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקצית הגל:

 ψ<!-- ψ --> (r , θ<!-- θ --> , ϕ<!-- ϕ -->) = R (r) θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) {\displaystyle \psi (r,\theta ,\varphi)=R(r)\theta (\theta)\phi (\varphi)}
המשוואה ל- θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) {\displaystyle \theta (\theta)} :
 1 θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ --> (sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ -->) + l (l + 1) sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = m 2 {\displaystyle {\frac {1}{\theta (\theta)}}\sin \theta {\frac {\partial }{\partial \theta }}\left(\sin \theta {\frac {\partial \theta }{\partial \theta }}\right)+l(l+1)\sin ^{2}\theta =m^{2}}
משוואה ל- ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) {\displaystyle \phi (\varphi)} :
פתרון ל- θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) {\displaystyle \theta (\theta)} ו- ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) {\displaystyle \phi (\varphi)} :

$$Y_l^m(\theta,\varphi)=\theta(\theta)\phi(\varphi)=\frac{1}{\sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

$$=\varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

ε
=
{

(
−
1

)

m

m
>
0

1

m
≤
0

l
≥
0

{\displaystyle \varepsilon =\left\{{\begin{matrix}(-1)^{m}&m>0\\1&m\leq 0\end{matrix}}\right.}

 ו-

|
m
|
≤
l

{\displaystyle |m|\leq l}

 שלם.

$$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x)$$

$$P_l(x)=\frac{1}{2^ll!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l(x^2-1)^l$$

$$Y_0^0=\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}};\;Y_2^0=\left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(3\cos^2\theta-1)$$

$$Y_1^0=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\theta;Y_2^{\pm1}=\mp\left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\cos\theta e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_1^{\pm1}=\mp\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta e^{\pm i\varphi};$$

$$Y_2^{\pm2}=\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta e^{\pm2i\varphi}$$

$$Y_3^0=\left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$Y_3^{\pm1}=\mp\left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_3^{\pm2}=\left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\cos\theta e^{\pm2i\varphi}$$

$$Y_3^{\pm3}=\mp\left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^3\theta e^{\pm3i\varphi}$$

$$P_1^0=\cos\theta;\;P_3^0=\frac{1}{2}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$P_1^1=\sin\theta;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^0=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$$

$$P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^1=3\sin\theta\cos\theta;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^2=3\sin^2\theta\quad\quad;P_3^3=15\sin\theta(1-\cos^2\theta)$$

אורתוגונליות:

$$\delta_a(x)=\frac{1}{a\sqrt{\pi}}e^{-x^2/a^2}\quad\text{או}\quad\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)\,dx=1\quad\text{או}\quad\text{כאשר }a\text{ חולך לאפס.}$$

 ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> f (x) δ<!-- δ --> (x −<!-- − --> a) d x = f (a) {\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }f(x)\delta (x-a)\,dx=f(a)}
פיזור מפונקציית דלתא :
עבור V (x) = −<!-- − --> a δ<!-- δ --> (x) {\displaystyle V(x)=-a\delta (x)} ו- E < 0 {\displaystyle E<0} נקבל ψ<!-- ψ --> (x) = a m ℏ<!-- ℏ --> 2 e −<!-- − --> a m ℏ<!-- ℏ --> 2 x {\displaystyle \psi (x)={\frac {\sqrt {am}}{\hbar ^{2}}}e^{-{\frac {am}{\hbar ^{2}}} x }} ו- E = −<!-- − --> a 2 m 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 {\displaystyle E=-{\frac {a^{2}m}{2\hbar ^{2}}}}
מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- <i>a</i> (גודל הבור).
אם E > 0 {\displaystyle E>0} :
 R = B 2 A 2 = β<!-- β --> 2 1 + β<!-- β --> 2 {\displaystyle R={\frac { B ^{2}}{ A ^{2}}}={\frac {\beta ^{2}}{1+\beta ^{2}}}}
 T = C 2 A 2 = 1 1 + β<!-- β --> 2 , β<!-- β --> = a m ℏ<!-- ℏ --> 2 k , k = 2 m E ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle T={\frac { C ^{2}}{ A ^{2}}}={\frac {1}{1+\beta ^{2}}},\,\beta ={\frac {am}{\hbar ^{2}k}},k={\frac {\sqrt {2mE}}{\hbar }}}
עבור: V (x) = + a δ<!-- δ --> (x) {\displaystyle V(x)=+a\delta (x)} חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר E > 0 {\displaystyle E>0} .
פוטנציאלים תלת מימדים

**תיבה תלת מימדית בגודל

a
×
b
×
c

{\displaystyle a\times b\times c}**:

$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{abc}}sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right)sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right)sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2}+\frac{n_y^2}{b^2}+\frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימד:

$$v(x,y,z)=\frac{1}{2}k_{x}x^2+\frac{1}{2}k_{y}y^2+\frac{1}{2}k_{z}z^2$$

$$E=\left(n_x-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x+\left(n_y-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y+\left(n_z-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

ניוון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הניוון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

GOOL
פונקציית הגל כתלות בזמן
 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∑<!-- ∑ --> n α<!-- α --> n ψ<!-- ψ --> n (x) e i E n t ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle \Psi (x,t)=\sum _{n}\alpha _{n}\psi _{n}(x)e^{{\frac {iE_{n}t}{\hbar }}}\,}
כאשר ψ<!-- ψ --> n (x) {\displaystyle \psi _{n}(x)} הן פתרונות המצבים העמידים ו- E n {\displaystyle E_{n}} היא האנרגיה של כל מצב.
 α<!-- α --> n {\displaystyle \alpha _{n} } הן ההסתברות להיות במצב מסוים.
 α<!-- α --> n = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ψ<!-- ψ --> n ∗<!-- ∗ --> (x) Ψ<!-- Ψ --> (x , 0) d x {\displaystyle \alpha _{n}=\int _{-\infty }^{\infty }\psi _{n}^{*}(x)\Psi (x,0)\,dx}
- אם Ψ<!-- Ψ --> (x , 0) {\displaystyle \Psi (x,0)} מנורמלת אז Ψ<!-- Ψ --> (x , t) {\displaystyle \Psi (x,t)} מנורמלת לכל <i>t</i> .
GOOL
אופרטורים

אם

λ
ψ
=
Q
ψ
,

{\displaystyle \lambda \psi =Q\psi ,}

 אז

ψ

{\displaystyle \psi }

 היא פ"ע ו-

λ

{\displaystyle \lambda }

 הוא ע"י"ע.

 ψ<!-- ψ --> (x) = A e i k x {\displaystyle \psi (x)=Ae^{ikx}} 	פ"ע של אופרטור התנע :
 ℏ<!-- ℏ --> k {\displaystyle \hbar k} 	הע"ע של אופרטור התנע :
 ψ<!-- ψ --> (x) = δ<!-- δ --> (x −<!-- − --> a) {\displaystyle \psi (x)=\delta (x-a)} 	פ"ע של אופרטור המיקוס :
 a {\displaystyle a} 	וע"י"ע : <i>a</i> (המיקוס עצמו).
 a {\displaystyle a} 	אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H}=-{\frac{\hbar^2}{2m}}{\frac{\partial^2}{\partial x^2}}+V(x)$$

GOOL
אופרטורים הרמיטיים
גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי .
כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.
הגדרה: ψ<!-- ψ --> ∗<!-- ∗ --> A ^<!-- ^ --> = (A ^<!-- ^ --> ψ<!-- ψ -->) ∗<!-- ∗ --> {\displaystyle \psi ^{*}A^{*}=(A^{*}\psi)^{*}} לכל הפונקציות במרחב,
או ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ψ<!-- ψ --> 1 ∗<!-- ∗ --> A ^<!-- ^ --> ψ<!-- ψ --> 2 d x = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> (A ^<!-- ^ --> ψ<!-- ψ --> 1) ∗<!-- ∗ --> ψ<!-- ψ --> 2 d x {\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }\psi _{1}^{*}A^{*}\psi _{2}\,dx=\int _{-\infty }^{\infty }(A^{*}\psi _{1})^{*}\psi _{2}\,dx}
תכונות של אופרטור הרמיטי:
1. ערך התוחלת של אופרטור הרמיטי תמיד ממשי.
2. הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
3. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי הן אורתוגונליות.
4. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

GOOL
הפירוש הסטטיסטי המוכלל
אם λ<!-- λ --> n {\displaystyle \lambda _{n}} ו- φ<!-- φ --> n {\displaystyle \phi _{n}} הפ"ע וע"י"ע של האופרטור <i>A</i> אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:
 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∑<!-- ∑ --> α<!-- α --> n ϕ<!-- ϕ --> n (x) {\displaystyle \Psi (x,t)=\sum \alpha _{n}\phi _{n}(x)}
 α<!-- α --> n 2 {\displaystyle \alpha _{n} ^{2}} זה ההסתברות להיות במצב ϕ<!-- ϕ --> n {\displaystyle \phi _{n}} או ההסתברות למדוד את הערך λ<!-- λ --> n {\displaystyle \lambda _{n}} . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.
 α<!-- α --> n = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ϕ<!-- ϕ --> n ∗<!-- ∗ --> Ψ<!-- Ψ --> (x , t) d x {\displaystyle \alpha _{n}=\int _{-\infty }^{\infty }\phi _{n}^{*}\Psi (x,t)\,dx}
במקרה הרציף:
 α<!-- α --> n 2 →<!-- → --> α<!-- α --> (k , t) 2 d k ; λ<!-- λ --> n →<!-- → --> λ<!-- λ --> (k) ; ϕ<!-- ϕ --> n →<!-- → --> ϕ<!-- ϕ --> (k) {\displaystyle \alpha _{n} ^{2}\rightarrow \alpha (k,t) ^{2}dk;\lambda _{n}\rightarrow \lambda (k);\phi _{n}\rightarrow \phi (k)}
 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> α<!-- α --> (k , t) ϕ<!-- ϕ --> (k) d k {\displaystyle \Psi (x,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\alpha (k,t)\phi (k)\,dk}

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger; \quad (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

$$(A^\dagger)^\dagger = A; \quad (\langle \psi_1 | \hat{A}^\dagger | \psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2 | \hat{A} | \psi_1 \rangle$$

$$(AB)^T = B^T A^T; \quad \langle \psi_1 | \hat{A} | \psi_2 \rangle = \langle \hat{A}^\dagger \psi_1 | \psi_2 \rangle$$

- הגודל של ע"ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1.

אופרטורים הרמיטים ואוניטרים הם אופרטורים

$$[A, A^\dagger] = 0 \quad \text{כלומר:}$$

תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות

בעקבות אפקט זימן: $\Delta E_z = \mu_B B \Delta m$; $\Delta m = \pm 1, 0$; התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושרן גרלך:

GOOL

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad \text{תנ"ז כולל:}$$

כאשר $\vec{L}$ תנ"ז מסילתי, $\vec{S}$ תנ"ז כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

S גדולה - גודל התנ"ז מהספין. s קטנה - הספין של

החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי

$$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$$

נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$$S_z = m_s \hbar$$

$$-s < m_s < s \quad \text{בקפיצות של 1}$$

$$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \quad \text{עבור אלקטרון:}$$

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S} \quad \text{מומנט מגנטי מהספין:}$$

פקטור g , עבור אלקטרון $g \approx 2.0023 \dots$
אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי

המספרים הקוונטים: n, l, m_l, m_s . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים:

$$n, l, m_l, m_s$$

ככל ש- l גדל (יש יותר תנ"ז מסילתי) האנרגיה גדלה.

ייצוג באמצעות אלגברה לינארית:

GOOL תכונות המכפלה הפנימית:

$$\langle u | v \rangle = \langle v | u \rangle^* \quad \text{סקלר}$$

$\langle v | v \rangle$ תמיד ממשי גדול או שווה לאפס

$$\langle v | v \rangle = 0 \quad \text{אם } |v\rangle = |0\rangle$$

$$\langle v | (\alpha |u\rangle + \beta |k\rangle) = \alpha \langle v | u \rangle + \beta \langle v | k \rangle$$

הגדרת המכפלה הפנימית בפונקציות הגל:

$$\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_2 dx$$

$$\|v\| = \sqrt{\langle v | v \rangle} \quad \text{נורמה:}$$

מכפלה פנימית: $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \sum \alpha_i^* \beta_i$ כאשר α_i ו- β_i הם המקדמים של פונקציות הגל באותו בסיס

אי שוויון שוורץ:

GOOL

$$|\langle a | b \rangle|^2 \leq \langle a | a \rangle \langle b | b \rangle$$

$$\cos \theta = \frac{\langle a | b \rangle \langle b | a \rangle}{\langle a | a \rangle \langle b | b \rangle} \quad \text{זווית מוכללת בין וקטורים:}$$

$$|(|a\rangle + |b\rangle)| \leq |a| + |b| \quad \text{אי שוויון המשולש:}$$

אופרטורים בייצוג אלגברי

GOOL

אופרטורים מיוצגים באמצעות מטריצות:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

- האיבר Q_{ij} מעביר את הוקטור e_j לוקטור e_i (כפול סקלר כלשהו): $Q_{ij} = \langle e_i | \hat{Q} | e_j \rangle$, שורה i , עמודה j .

- אם הבסיס הוא בסיס עצמי של אופרטור כלשהו אז המטריצה של האופרטור תהיה אלכסונית והערכים על האלכסון הם הערכים העצמיים של האופרטור.

$$\langle \psi_1 | \hat{Q} | \psi_2 \rangle = \langle \psi_1 | \hat{Q} \psi_2 \rangle \quad \text{- כתיב נוסף:}$$

$$\langle \hat{Q} \psi | = (\hat{Q} | \psi \rangle)^\dagger = \langle \psi | \hat{Q}^\dagger$$

$$A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{מטריצה משוחלפת:}$$

צמד הרמיטי:

$$A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$$

מטריצת יחידה:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$$

$$C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in} \quad \text{כפל מטריצות:}$$

כפל מטריצות הוא לא חילופי:

$$[A, B] = AB - BA \quad \text{יחס חילוף בין מטריצות:}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I \quad \text{מטריצה ההופכית:}$$

$$U^\dagger = U^{-1} \quad \text{מטריצה אוניטרית:}$$

זהויות: