

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא מתמטי

GOOL

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta (טבעת) / dz$$

$$ds = r dr d\theta (דיסקה) / r d\theta dz (קליפה גלילית דקה)$$

$$dv = r d\theta dr dz (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi (מטפת כדור)$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{z}; \hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנט div בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

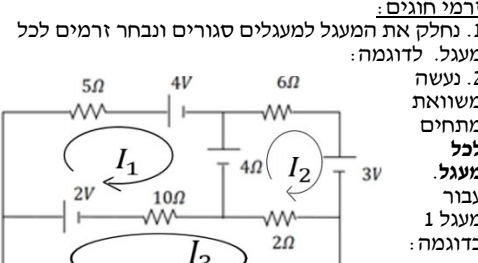
נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

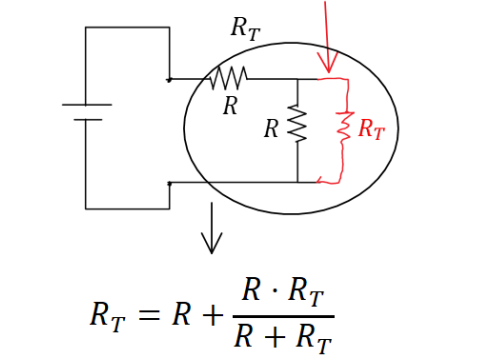
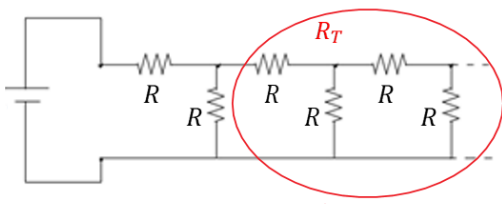
$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כא

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$



זרמי חוגים:
 1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:
 2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
 3. נפתור את מערכת המשוואות מעגלים אינסופיים:
 נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.
 - נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל ב R_T
 - נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T



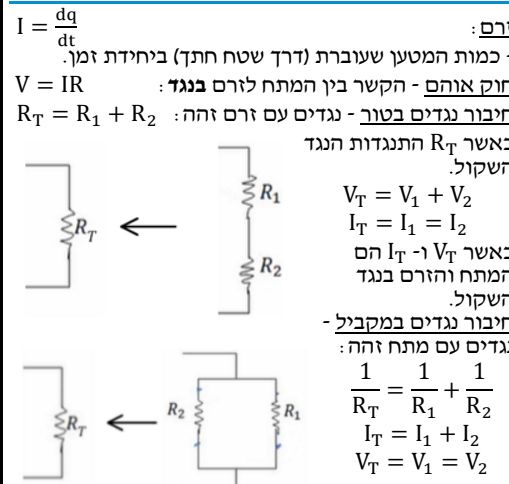
חומרים דיאלקטריים

גדרת הקיבול:
 $C = \frac{|q|}{|V|}$
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
 $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
שדה בתוך קבל לוחות:
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$
 σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.
 V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.
קיבול של קבל גלילי:
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$
 a ו-b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
 L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.
הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
 $C' = kC_0$ (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.
 C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
 חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):
 $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
 $C_T = C_1 + C_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$
 שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות.
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות.
 ד. נציב בנוסחה (בדרי"כ Q יצטמצם)
 שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:
 א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל.
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד.
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:
 $U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
העבודה שמבצעת הסוללה:
 $W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$
 Δq הוא המטען שעבר דרכה (זהו המטען שקיבל הקבל)

צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:
 $\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$
 $\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$
צפיפות המטען הכוללת:
 $\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$
צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים:
 $\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$
וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:
 $\vec{P} = N \vec{p}_1$
 $\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
 N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $[\frac{1}{m^3}]$.
מומנט הדיפול הכולל בחומר:
 $\vec{p} = \int \vec{P} dV$
הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:
 $\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$
 כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
 $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$
בתוך החומר:
וקטור העתקה:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
חוק גאוס למטען החופשי:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$
בחומרים לינארים (בדרי"כ בשאלות):
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$
חומר איזוטרופי:
מעגלי זרם ישר



זרם:
 $I = \frac{dq}{dt}$
 - כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.
חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם **בנגד**:
 $V = IR$
חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:
 $R_T = R_1 + R_2$
 כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.
חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
 $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $I_T = I_1 + I_2$
 $V_T = V_1 = V_2$
 עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:
 בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
 במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.
החספק בנגד:
 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
 $P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.
נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות
מקור מתח לא אידיאלי:
 $V = \mathcal{E} - IR$
 V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.
 ε - כ"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
 r - ההתנגדות הפנימית.
חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
 - נגיד זרם לכל חוט במעגל.
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
 - נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$
 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

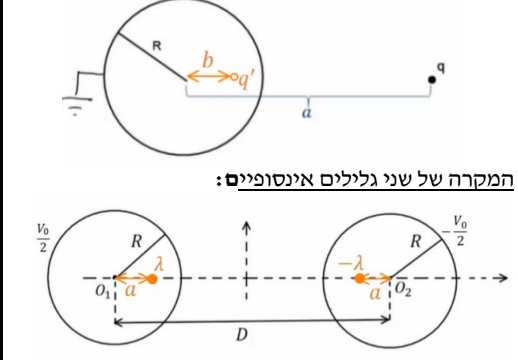
 Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה-i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$ (בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.
 אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)
משוואת פואסון ולאפלאס
משוואת פואסון:
 $\vec{\nabla}^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$
משוואת לפלס:
 $\vec{\nabla}^2 \phi = 0$
הפלסיאן ($\vec{\nabla}^2$ או Δ) של פונקציה סקלרית בקרטזיות:
 $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$
 בגליליות:
 $\nabla^2 f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$
 בכדוריות:
 $\nabla^2 f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial f}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$
 כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת
GOOL
 $U = \sum \frac{1}{2} \phi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$
 - הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.
 - בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית
 $\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית
מטעני דמות
GOOL
 שיטה למצוא פוטנציאל בבעיות עם מוליכים והתפלגות מטען שאינה אחידה.
השיטה:
 - נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך.
 - בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.
 - בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.
 - לפי משפט הקיום והיחידות, הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.
המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

$$q' = -\frac{R}{a} q ; b = \frac{R^2}{a}$$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0
 אז נוסיף מטען $q'' = \frac{V_0 R}{k}$ במרכז הקליפה.



המקרה של שני גלילים אינסופיים:

$$\lambda = \frac{\pi \epsilon_0 V_0}{\ln \left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R} \right)^2 - 1} \right)} ; a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2} \right)^2 - R^2}$$

חומר דיאלקטרי
חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

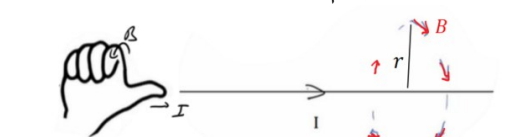
$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$
 $\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.
 $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).
 ϵ_r או k - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדרי"כ קבוע וידיע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$

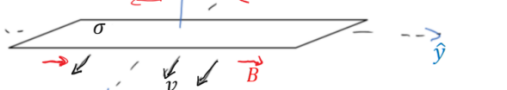


חוק אמפר

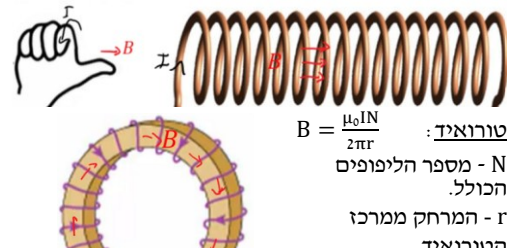
חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$
 - כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
 - הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
 1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
 2. מישור אינסופי.
 3. סליל אינסופי / טורואיד.
 שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
 כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
 שדה של מישור אינסופי: $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$
 עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 n I$
 כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
 - כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד: $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$
 - מספר הליפופים: N
 - הכולל.
 - המרחק ממרכז הטורואיד: r.

מצאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר דיפרנציאלי): $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
 מצאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה): $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$
 כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ שדה לפני ו-אחרי הקפיצה.

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$
 בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נשווה לשדה של תיל אינסופי $(\frac{\mu_0 I}{2\pi r})$ ונקבל $I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$

חוק פאראדיי

חוק פאראדיי: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
 הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
 חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

$\vec{k} = \vec{\sigma}$
 עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$
הכוח המגנטי - חוק לורנץ
GOOL
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
 - דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).
 - דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:
 - שימו לב שאתם עם יד ימין!
 - כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
 - לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדה).



תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:
 $R = \frac{mv}{qB}$
 אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$
 כאשר α הוא הזווית בין v ל-B.
 עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:
 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
 - אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:
 $F = BIL \sin \alpha$
 את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה-dl) מחליף את המהירות.
 הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
 הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

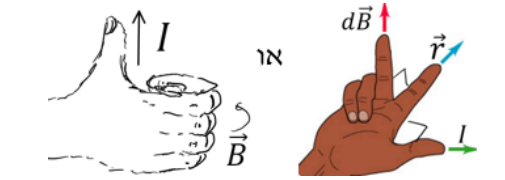
אפקט הול

בפועל רק אלקטרונים זזים במוליך כשיש זרם. כתוצאה מהתנועה הזו הם מרגישים כוח (אם יש שדה מגנטי) שדוחף אותם לדופן המוליך ונוצרת הפרדת מטענים הגורמת לשדה חשמלי לרוחב המוליך. בשיווי משקל הכוח החשמלי שווה למגנטי. מהשוויון ניתן לחשב את השדה החשמלי ו- המתח הנוצר לרוחב המוליך:
 $V = \frac{I dB_L}{nqA} = \frac{2IB_L}{nq\pi R}$
 V - המתח בין הקצוות של המוליך שמאונכות לכיוון הזרם וכיוון השדה המגנטי. I - הזרם במוליך.
 B_L - הרכיב של השדה המגנטי שמאונך לזרם.
 n - מספר האלקטרונים ליחידת נפח במוליך.
 q - מטען האלקטרון. d - הרוחב של המוליך שמצדדיו נמדד המתח. A - שטח החתך של המוליך (מאונך לזרם) השוויון השני למקרה של מוליך גלילי, R רדיוס הגליל.

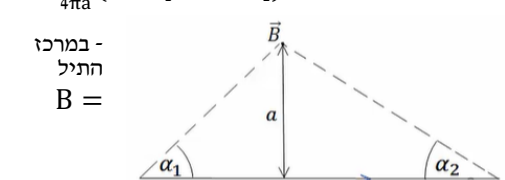
חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi |\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi |\vec{r}|^2}$
 $\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה. $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
 חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$

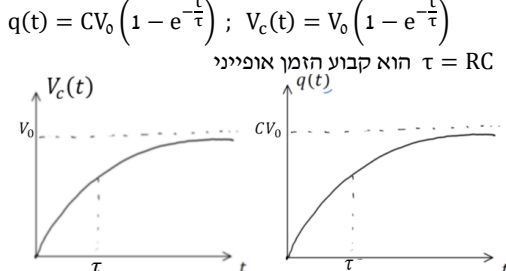


במרכז התיל: $B = \frac{\mu_0 I}{2a}$
 כאשר L >> a
 כאשר L <> a: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{L}{a} + 2 \right)$

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל: $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$
 הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

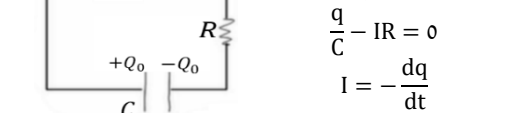
פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:
 משוואת המתחים:
 $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = \frac{dq}{dt}$
 המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):
 $q(t) = CV_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; $V_C(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
 $\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
 בהתחלה (t = 0) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.
 לאחר זמן רב (t > 5tau) הקבל מתנהג כמו נק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:
 משוואת המתחים:
 $\frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = -\frac{dq}{dt}$



המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):
 $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $Q_0 = CV_0$
 $\tau = RC$
 הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה: $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד: $R = \rho \frac{L}{S}$
 rho - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
 L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם. הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במדידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (מקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma = \frac{1}{\rho}$
 $\vec{j} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח:
 כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{j}$.
 אם $\vec{j}$ אחידה אז: $I = JS$
 חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
 כאשר sigma היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

כאשר rho היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך:
 כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז: $I = kl$
 חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:

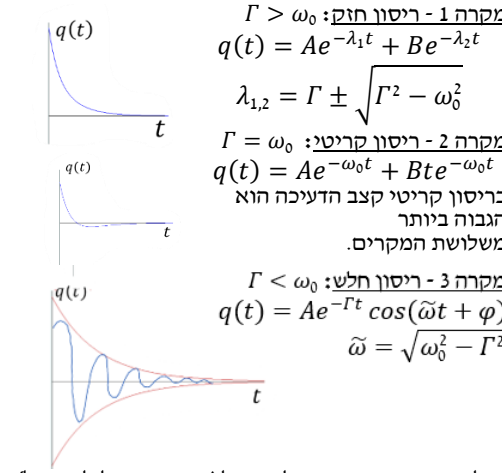
3. $B_{2\perp} = B_{1\perp}$
 4. $\vec{B}_{2\parallel} - \vec{B}_{1\parallel} = \vec{k}_T \times \hat{n}_{1\rightarrow 2}$
 הכי נוח להשתמש בתנאים 2 ו-3 ואילו מספיקים בשביל למצוא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהינתן המגנטיזציה.
מודל המטען המגנטי:
 אם $\vec{J}_{free} = 0$ אז $\vec{H}$ שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי:
 $\vec{H} = -\vec{\nabla}\phi_m$
 את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצוא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לפלס או כל שיטה אחרת), כאשר
 $\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$
 "המטען" המגנטי הוא:
 $\vec{\nabla}^2 \phi_m = -\rho_m$
 - משוואת לאפלאס:
 - המודל תקף גם אם יש $\vec{K}_{free}$ (זרם חופשי על השפה).
 - המודל תקף גם עבור חומרים לא ליניאריים.

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC:
 משוואת המעגל: $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
 ו- $I = -\dot{q}$
 (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון: $q(t) = A \cos(\omega t + \phi)$; $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
 האנרגיה האגורה במעגל:
 $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$
 (האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC:
 משוואת המעגל:
 $I = -\dot{q}$ ו- $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
 (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
 ו- $\Gamma = \frac{R}{2L}$
 הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$
 $\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$
מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$
 בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר
 משלושת המקרים.
מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi)$
 $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$



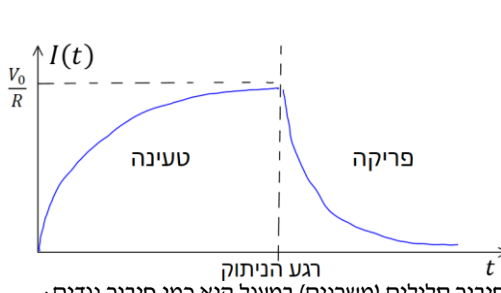
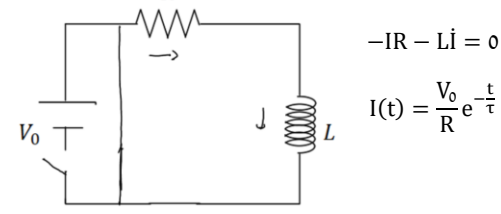
בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:
 $E \propto e^{-2\Gamma t}$
 (בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

מעגלים עם מקור מתח חילופין:
 משוואת המעגל:
 $I + \frac{R}{L}I + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$
 ו- $I = \dot{q}$
 (ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.
 פתרון המשוואה:

פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \phi)$
 הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.
 - הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$
 $\tan \phi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$
תחודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.

- סליל (או משרן) מתנהג בהתחלה כמו נטק ולאחר זמן רב כמו קצר.
פריקה:



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:
 בטור:
 $L_T = L_1 + L_2 + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 + V_2 + \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$
 במקביל:
 $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

השראות הדדית

השראות הדדית:
חישוב השראות הדדית:
 1. נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.
 - השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$
 ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).
יחס המתחים בשנאי:
 $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$
 N הוא מספר הליפופים בכל צד.

הפוטנציאל הקוטרי

חומרים פאראמגנטיים: חומרים המחזקים את השדה החיצוני. בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלק' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".
חומרים דיאמגנטיים: חומרים המחזקים את השדה החיצוני. בד"כ חומרים ללא מומנט דיפול טבעי של האטומים. נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מומנט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.
חומרים פרומגנטיים: חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק. הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.
אפקט פרומגנטי >> דיאמגנטי << פאראמגנטי.
וקטור המגנטיזציה $\vec{M}$: מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר (ליחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח): $\vec{M} = N\vec{m}_1$
 N הוא מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.
 $\vec{m}_1$ הוא מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
מומנט הדיפול הכולל של החומר: $\vec{m} = \int \vec{M} dV$
צפיפות זרם קשורה: ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.
 $\vec{j}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M}$; $\vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$
 $\hat{n}$ וקטור המאונך לשפת החומר וכפףי חוץ.
צפיפות זרם כוללת וחופשית: ניתן להפריד את צפיפות הזרם הכוללת לשני חלקים
 כאשר $\vec{j}_{free}$ היא צפיפות הזרם הנובעת ממטענים החופשיים לזוז בחומר ו- $\vec{j}_b$ נובעת מהמגנטיזציה.

הוקטור $\vec{H}$:
 $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$
 - הוקטור $\vec{H}$ מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים:
 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in, free}$
הדיברגנט של $\vec{H}$:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$
חומרים לינאריים:
 כאשר χ_m היא הסוסטיביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרי"כ קבועה. μ היא הפרמביליות המגנטית כך
 $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$
תנאי שפה:
 1. $H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp})$
 2. $\vec{H}_{2\parallel} - \vec{H}_{1\parallel} = \vec{k}_{free} \times \hat{n}_{1\rightarrow 2}$



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\mathcal{E} = BLv \sin \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה.
 כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

שדות משתנים בזמן חרם העתקה

ממשוואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשנתה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.
אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז: נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פאראדי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר בזר"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$
אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז: נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר

רק שבמקום זרם יש $\int \epsilon_0 \frac{d\mathcal{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם $\epsilon_0 \frac{d\mathcal{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

מומנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.
מומנט הדיפול המגנטי ($\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$): $\vec{\mu} = I\vec{A}$
 I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה.
 כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.
 השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי דיפול:
 $\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$
מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

השראות ברכיב

$L = \frac{\Phi_B}{I}$
השראות ברכיב: Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
 - ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.
חישוב השראות לפי הגדרה:
 1. נניח שזרם זרם I ברכיב.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל

$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$
השראות של סליל: N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת N
כא"מ ברכיב עם השראות L: $\mathcal{E} = -L\dot{I}$
האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):
 $U_L = \frac{1}{2} LI^2$
האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:
 $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$

- את האינטגרל עושים על כל המרחב.
 - זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).
 - ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).
המתח של סליל (משרן) במעגל: $V_L = LI\dot{I}$
 הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

מעגלי RL

טעינה:
 $V_0 - IR - LI\dot{I} = 0$
 $I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
 $\tau = \frac{L}{R}$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} ; \quad \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$$

c היא מהירות האור כאשר $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$
 - למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.
 - המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2} ; \vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2} ; \text{ כנל } z$$

$$\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} : \text{ תזכורת ללאפליאן}$$

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

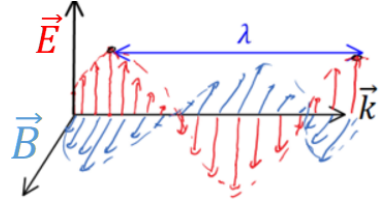
$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad \text{הוא התדירות הזוויתית}$$

כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.
 - הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .
 איך למצוא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E} ; \quad \vec{E} = c \vec{B} \times \hat{k}$$

צורת הגל במרחב:



השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

$$|k| = \frac{2\pi}{\lambda} : \text{הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא)}$$

$$\omega = c|k| : \text{יחס הדיספרסיה}$$

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t) : \text{(עם פלוס)}$$

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל- $\vec{k}$

ווקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות GOOL

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left(\frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

$$u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} : \text{צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח)}$$

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} : \text{ווקטור פוינטינג}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.
 הקשר בין האנרגיה לווקטור פוינטינג בריק:

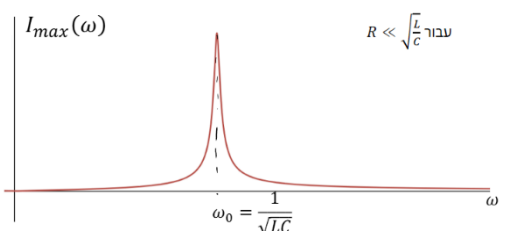
$$\oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הווקטור פוינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt} : \text{הקשר הדיפרנציאלי בריק}$$

- שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.

- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לנזור את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
פתרון עם מספרים מורכבים:

אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \phi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$$

(בדרי"כ לא רושמים את הגל)
 בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן
פאזור: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרי"כ מסתכלים רק על הפאזור ב- $t=0$

עכבה Impedance:

תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע). הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

ברכיב: $\phi_z = \phi_v - \phi_I$

הגודל של העכבה: $|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$

הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	$i\omega L$	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	$\frac{1}{i\omega C}$	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את

העכבה הכוללת של המעגל: $\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$

$\tilde{V}_s$ ו- $\tilde{I}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).
ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} ; \quad V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

הספק רגעי: $P(t) = V(t)I(t)$
 לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

$$\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \phi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \phi$$

כאשר ϕ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.

$\cos \phi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

משוואות מקסוול GOOL

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

$$1. \text{ חוק גאוס } \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dv$$

$$2. \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 ; \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

$$3. \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\mathcal{E} = -\dot{\phi}_B$

$$4. \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \epsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

גלים אלקטרומגנטיים GOOL

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):