

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

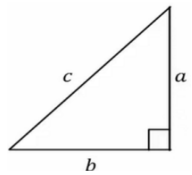
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול יתר}}{\text{היתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד יתר}}{\text{היתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול ליד ניצב}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$		
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$		2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$		
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$		$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

פונקציה של t אז:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}; \quad \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x; \quad \frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x; \quad \frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$$

$$V, S, l \text{ הם נפח, שטח ואורך הגוף.}$$

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dl/ds/dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

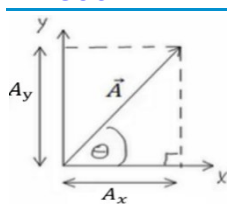
$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$GOOL$$



$$A_x = |A| \cos \theta$$

$$A_y = |A| \sin \theta$$

$$|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

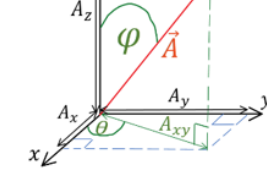
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}; \quad \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi; \quad A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; \quad A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

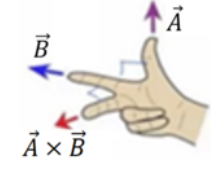
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$x \text{ שימו לב שהזווית } \varphi \text{ עם ציר ה-} z \text{ והזווית } \theta \text{ עם ציר ה-} x$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

$$GOOL$$

כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי:
 $F_r = m\omega^2 R$

בכיוון החוצה מהמעגל.

שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע

מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה

המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף

תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום:
 $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
 $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

קואורדינטות פולריות

GOOL

$x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\tan \theta = \frac{y}{x}$

$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$; $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$

$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r}$; $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$

$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$

כוח גרר וכוח ציפה

GOOL

כוח גרר הוא כוח מהצורה:

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ

מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה

לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור בתוך נוזל**:

$\vec{F}_b = -6\pi\eta R\vec{v}$ - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$F_b = \rho_l Vg$ כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:
 $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$

k ו- m הם קבועים **חיוביים** כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.

$\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + x_0$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.

ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

φ - פאזה.

מצאת הקבועים בפתרון:

x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא

אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ של המדקס
 $\omega = \sqrt{\frac{\ddot{x}}{x}}$ של המדקס

φ , A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית:
 $v_{max} = \omega A$

האנרגיה:
 $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך

האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית,

הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת

GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף **כוח מרוסן** מהצורה:

$F = -\lambda v$ - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} \right)$

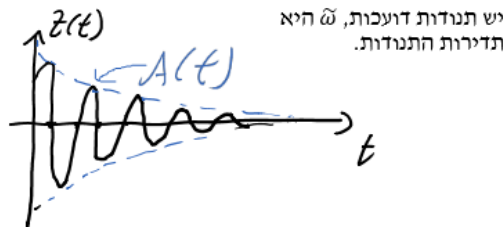
מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

$z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \varphi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$



תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת

בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף **כוח מאלץ** מהצורה:

$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

Ω ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$

פתרון משוואת התנועה:

$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{homog}(t)$

$x_{homog}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת

שמתחלק לשלוש המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נוניח את הפתרון ההומוגני.

$A(\Omega) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה

מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם

$\Gamma \ll \omega_0$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות

התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרוסן)

עבודה ואנרגיה

GOOL

עבודה של כוח קבוע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך

הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $W_{EF} = \Delta E_k$

העבודה של **כל הכוחות** שפועלים על הגוף

הוא $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית

כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא

תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

חוץ מ- $U_g = mgh$ ו- $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ חוץ מ-

ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$

U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה:
 $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא

משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה ב-דו מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה

עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y

את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$. בדוגמה $dy = 5x^4 dx$.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x)

אין בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.

הערה: שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

$U''_x > 0$: שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה)

$U''_x < 0$: שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה)

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת

$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x$ וגם $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ וגם $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$

שלב 1 - נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$

כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב-

y, z . דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$

$U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2 yz + g(y, z)$

שלב 2 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$

באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:

נציב ב- $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$: $\frac{\partial g(y, z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$

נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $h(z) = -3y + h(z)$

עכשיו $U = -x^2 yz - 3y + h(z)$

שלב 3 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות

אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

נציב ב- $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$: $\frac{\partial U}{\partial z} = -yx^2$

נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע:

שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה

לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאר את C .

- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות

GOOL

הספק ממוצע:
 $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי:
 $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות:
 $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{W_{in}}$

כאשר out מציינ את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in

מציינ את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע

GOOL

התנע של גוף:

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:

המתקף של כוח:

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן

(לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח

כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשנוי בתנע שלו:

$\int \vec{F} dt = \Delta \vec{p}$

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת

גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

בדיכ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

התנגשויות אלסטיות: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות

התנע את המשוואה: $m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$

אם ההתנגשויות חזיתיות (במימד אחד) אז במקום המשוואה

של האנרגיה נרשום:

התנגשויות אלסטיות לא חזיתיות בין שני גופים בעלי **מסות**

שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין

המהירויות אחרי ההתנגשויות תהיה 90 מעלות.

התנגשויות פלסטיות (שני הגופים נעים יחדיו לאחר

ההתנגשות): $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$

בהתנגשויות פלסטיות לא יכול להיות שימור אנרגיה.

התנגשויות שחן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור

אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.

התנגשויות בצורת: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות

מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של

כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקסומה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$

בין 0 ל-1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא

ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.

התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפיגוע הנורמל גדול

מאוד אז לא נוניח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי

בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי

יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

מרכז מסה

GOOL

מיקום מרכז המסה:

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

מהירות מרכז המסה:

תאוצת מרכז המסה:

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממישיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה

בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז

מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות. בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m} = \int x dm$$

כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי.

מסה משתנה

הנוסחה $\vec{F} = m\vec{a}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt}$$

כאשר $\frac{dm}{dt}$ הוא קצב הפליטה (חיובי) כאשר חומר יוצא מהגוף ושליילי אם חומר נכנס לגוף). $\vec{v}_{rel}$ - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית) ext - הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \sum m_i r_i^2$
 משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
 כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:		$I = mr^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:		$I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה		$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
דיסקה במרכז מסה ציר x-במישור הדיסקה		$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
מוט במרכז המסה		$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
מוט בקצה		$I = \frac{1}{3}mL^2$
כדור מלא במרכז מסה		$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה		$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$ אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
 מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$ כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי: $|\vec{L}| = mvd$
 כאשר d הוא המרחק האפקטיבי.
 v - המהירות.
 הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי: $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרצסיה (נקיפה): לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
 תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$
 אנרגיה קינטית סיבובית:

סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
 - תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_o\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
 כאשר I_o מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא המהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר. (*השימוש בנוסחה מאוד נדיר טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$; בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איר נגשים לשאלות?

חוקי שימור: בודקים מה נשמר: 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

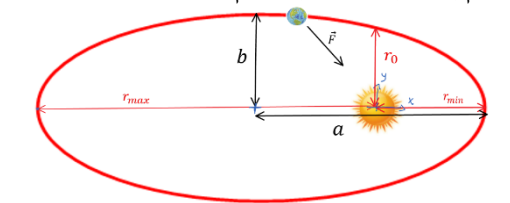
עושים: 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$: משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$ קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

כבידה וכוח מרכזי

כוח מרכזי: $\vec{F}(r) = f(r)\hat{r}$
 - תלוי רק ב r ובכיוון רדיאלי בלבד.
 - כוח משמר (אנרגיה).
 - לא מפעיל מומנט כוח ולכן הוא משמר גם תנע זוויתי.
 כוח הכובד: $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$
 כאשר $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} m^{-3} kg^{-1} s^{-2}$
 - קרוב לכדה"א: $\frac{GM_E m}{r^2} \approx mg$
 כאשר $r \approx R_E \approx 6400 km$; $M_E \approx 5.97 \cdot 10^{24} kg$
 ו- $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$

האנרגיה הפוטנציאלית של כוח הכובד: $U(r) = -\frac{GMm}{r}$
 הצורה הזו של האנרגיה היא צורה כללית שיש לכוחות נוספים והרבה פעמים רושמים אותה כ: $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$
 כאשר α קבוע כלשהו. עבור הכובד $\alpha = GMm$
 המסלול של גוף תחת כוח הכובד: $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \epsilon \cos \theta}$
 כאשר E , $r_0 = \frac{L^2}{ma}$; $\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{ma^2}}$
 הכוללת של הגוף ו- L הוא התנ"ז. צורת המסלול מתחלקת ל-3 מקרים:

מקרה 1: מעגל $\epsilon = 0$. במקרה הזה ניתן להשוות את הכוח ל- $\frac{mv^2}{r}$ ולקבל ש: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$
 מקרה 2: אליפסה $0 < \epsilon < 1$. מקור הכוח נמצא באחד ממוקדי האליפסה.

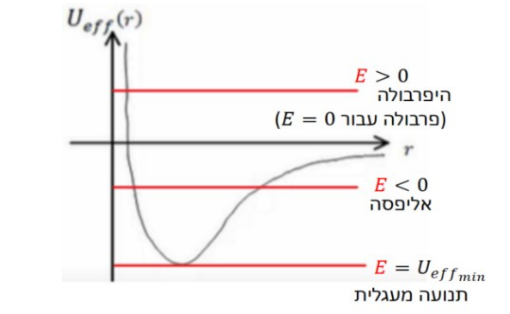


- בד"כ נמצא המהירויות באמצעות שימור אנרגיה ותנ"ז.
 $r_{min} = \frac{r_0}{1 + \epsilon}$; $r_{max} = \frac{r_0}{1 - \epsilon}$; $\epsilon = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}}$
 $a = \frac{r_{min} + r_{max}}{2} = \frac{r_0}{1 - \epsilon^2}$; $b = \frac{r_0}{\sqrt{1 - \epsilon^2}}$
 - שטח האליפסה: $S = \pi ab$
 מקרה 3: היפרבולה $\epsilon \geq 1$ (פרבולה כאשר $\epsilon = 1$):

מהירות מילוט - $v(r_{min}) = v_{max}$
 המהירות הדרושה להגיע לאינסוף.
 $v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

אנרגיה פוטנציאלית אפקטיבית

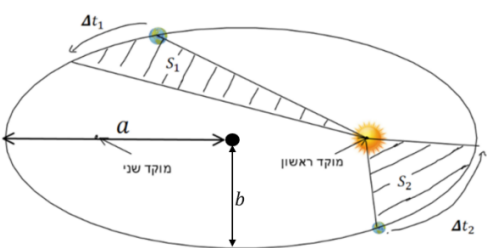
בבעיות שבחן האנרגיה הפוטנציאלית תלויה רק ב r ניתן לרשום את האנרגיה הכוללת של הגוף כתלות במשתנה r בלבד. $E = \frac{1}{2}mv^2 + U_{eff}(r)$
 כאשר: $U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + U(r)$
 עבור $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$ נקבל את הגרף הבא עבור U_{eff} :



חוק 1 של קפלר: צורת המסלול של כל כוכב לכת סביב השמש היא אליפסה, שהשמש נמצאת באחד ממוקדיה.
החוק 2 - חוק השטחים השווים: הקו שמחבר את כוכב הלכת עם השמש (רדיוס המקום) מכסה שטחים שווים במרחקים שווים. מעבר לכך ניתן להגיד שגם אם הזמנים לא שווים היחס של השטח חלקי הזמן קבוע.

$$\frac{S_1}{\Delta t_1} = \frac{S_2}{\Delta t_2} = \frac{S_T}{T}$$

$S_T = \pi ab$ - שטח כל האליפסה, a/b - מחצית הציר הראשי/משני של האליפסה, T - זמן המחזור



חוק 3 של קפלר:

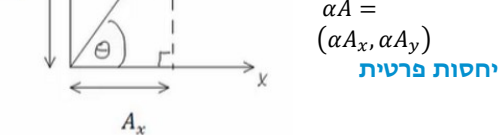
$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$$

M - מסת הכוכב שבמוקד
 במקרה של מערכת בינארית שבה שני הכוכבים זזים בנוסחה היא:

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{G(m_1+m_2)}$$

וקטורים

פירוק לרכיבים: $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
 כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$



חוק

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:
 - חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
 - האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
 - מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
 - אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור.
 - בוואקום, מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
 - הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}}; \beta = \frac{v_0}{c}$$

γ_0 תמיד גדולה מ 1
 טרנספורמצית לורנץ למיקום והזמן:

$$x' = \gamma_0(x - v_0 t); y' = y; z' = z$$

$$t' = \gamma_0\left(t - \frac{v_0 x}{c^2}\right); \beta = \frac{v_0}{c}; \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$x = \gamma_0(x' + v_0 t'); y' = y; z' = z$$

$$t = \gamma_0\left(t' + \frac{v_0 x'}{c^2}\right)$$

- הצירים של המערכות **חייבים** להיות מקבילים.
 - בזמן $t = t' = 0$ **חייבים** שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:
 מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- **זמן עצמי** τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

- **אורך עצמי** l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכווצות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה

$$l = \frac{l_0}{\gamma_0}$$

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה

$$\Delta t = \gamma_0 \tau$$

שינוי זווית במדידת אורך: $\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$

θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת. אפקט דופלר היחסות:

זמן המחזור של הגל:

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau$$

אורך הגל:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$$

תדירות הגל:

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f'$$

λ', f', τ , הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית

$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}; v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2})}; v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2})}$$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0(\cos \theta - \frac{v_0}{c})}$$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.

תנע ואנרגיה יחסותיים:

$$\vec{p} = \gamma m \vec{v}; E = \gamma mc^2$$

- הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף ועבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות. נוסחאות נוספות:

אנרגיית מנוחה: $E = |p|^2 c^2 + m^2 c^4; |p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$
 אנרגיה קינטית: $E_0 = mc^2$
 אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$

ניוטרינו והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$
 ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ קבוע פלאנק
 טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x); p'_x = \gamma_0(p_x - v_0 E/c^2)$$

$$p'_y = p_y; p'_z = p_z$$

וקטור תנע אנרגיה:

$$\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c}\right)$$

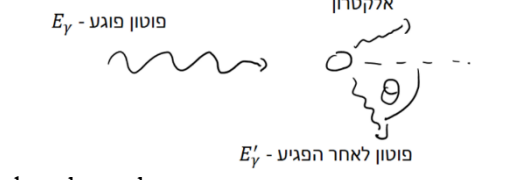
"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות הייחוס:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = \text{const}$$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.

- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$.
פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה
 E'_γ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה
 m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.
יחידת האלקטרון וולט: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$$m_e \approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J} (\approx 511 \text{ keV})$$

$$m_p \approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J} (\approx 938 \text{ MeV})$$

$$m_{\text{Uranium}} \approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J} (\approx 225 \text{ GeV})$$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{E}{c}$
 כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב c .

הידרוסטטיקה

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח):

$$\rho = \frac{M}{V}$$

מוצקים	צפיפות (kg/m³)	נוזלים	צפיפות (kg/m³)
אלומיניום	2.70×10^3	מים (4°C)	1.00×10^3
ברזל ופלדה	7.8×10^3	פלימת דם	1.03×10^3
נחושת	8.9×10^3	דם מלא	1.05×10^3
עופרת	11.3×10^3	מי ים	1.025×10^3
זהב	19.3×10^3	כספית	13.6×10^3
בטון	2.3×10^3	אתנול (אלכוהול אתילי)	0.79×10^3
גרניט	2.7×10^3	בנזין	0.68×10^3

מוצקים	צפיפות (kg/m³)	נוזלים	צפיפות (kg/m³)
עץ (טיפוסי)	$0.3 - 0.9 \times 10^3$	גזים	
זכוכית רגילה	$2.4 - 2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H₂O)	0.917×10^3	הליום	0.179
עצם	$1.7 - 2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO₂)	1.98
		אדי מים (100°C)	0.598

לחץ:

$$P = \frac{F}{A}$$

F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.
 - הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI : $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
 - זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.
 - עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.
 - אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן,
 - רכיב מקביל לדופן יגרם לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל(בעל צפיפות אחידה):

$$P = \rho gh$$

*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ שבגלל הנוזל.

לחץ בצורה בעל צפיפות משתנה:

$$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

לחץ אטמוספרי:

$$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 101.3 \text{ kPa} = 1 \text{ atm}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי):
 $P = P_0 + P_G$
 P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית:

כוח ציפה:

$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

$$F_b = \rho_l V g$$

ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

הידרודינמיקה

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$$

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v$$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m_1} = Q_{m_2}$$

משוואת הרציפות:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה הזורם **עקרון ברנולי:** הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

או

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = \text{const}$$

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב. 2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

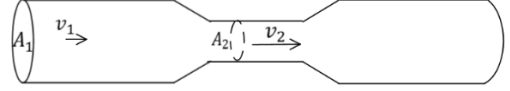
חוק טוריצייל: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה $v = \sqrt{2gh}$

צניור ונטורי:

חום וחוק הראשון של התרמודינמיקה

$$1 \text{ cal} / 1 \text{ kcal}$$

היא כמות החום הדורשה בשביל להעלות גרם / קילוגרם של מים במעלה אחת (צלזיוס):
 $1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$
 $1 \text{ kcal} = 4.186 \text{ kJ}$
 (או Cal עם C גדולה)
אנרגיה פנימית: סך האנרגיות של כל המולקולות בחומר.
אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי: $E_{int} = \frac{3}{2} nRT$



אנרגיה פנימית של גז אידיאלי דו-אטומי: $E_{int} = \frac{5}{2} nRT$

n - מספר המולים של החומר. T - טמפרטורה.

חישוב חום: $Q = mc\Delta T$

m - מסת הגוף. c (קטנה) קיבול החום הסגולי (קיבול חום של יחידת מסה) תלוי רק בסוג החומר. ΔT - שינוי בטמפ'.

C (גדולה) קיבול החום הכולל של הגוף: $C = mc$

קיבול חום סגולי c בטמפרטורה $20^\circ C$ ובחץ $1 atm$

חומר	$c [J/(kg \cdot ^\circ C)]$	$c [cal/(g \cdot ^\circ C)]$
אלומיניום	900	0.22
אלכוהול (אתילי)	2400	0.58
נחושת	390	0.093
זכוכית	840	0.20
ברזל / פלדה	450	0.11
עופרת	130	0.031
שיש	860	0.21
כספית	140	0.033
כסף	230	0.056
עץ	1700	0.40
קרח ($-5^\circ C$)	2100	0.50
מים נוזליים ($15^\circ C$)	4186	1.00
קיסור ($110^\circ C$)	2010	0.48
גוף האדם (ממוצע)	3470	0.83

חום כמס: חום שהולך לשינוי מצב הצבירה של החומר ואינו משנה את הטמפרטורה: $Q = m \cdot L$

Q - החום הכמס בחומר. m - מסת הגוף.

L - חום כמס ליחידת מסה (תלוי בחומר ונמצא בטבלה).



חומר	נק' היתוך ($^{\circ}C$)	L_f היתוך (kJ/kg)	נק' רתיחה ($^{\circ}C$)	L_v אידוי (kJ/kg)
חמצן	-219	14	-183	210
חנקן	-210	26	-195.8	200
אתנול	-114	104	78	850
אמוניה	-117	33	-33.4	137
מים	0	333	100	2260
עופרת	327	25	1750	870
כסף	961	88	2193	2300
ברזל	1808	289	3023	6340
טונגסטן	3410	184	5900	4800

החוק הראשון של התרמודינמיקה: $\Delta E_{int} = Q - W$

או בצורה רחבה יותר: $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$

ΔE_{int} - שינוי באנרגיה פנימית.

Q - חום. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי.

W - עבודה שנעשת מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי.

תהליך איזותרמי (טמפרטורה קבועה):

מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קוויזיסטטי (מאוד איטי)

$T = const \Rightarrow \Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q = W$

תהליך אדיאבטי (אין מעבר חום 0): $Q = 0$

מתרחש אם המערכת מבודדת מאד או אם התהליך מהיר ואז חום (שזורם לאט בדרכו) לא מספיק לעבור.

$Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{int} = W$

תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ותהליך איזוכורי (נפח קבוע):

איזוברי
 $P = const$

איזוכורי
 $V = const$

חישובי העבודה שנעשית בשינוי נפח: $W = \int P dV$

הנוסחה כנונה לגזים, נוזלים ומוצקים.

העבודה היא גם השטח מתחת לגרף $P(V)$ - בתהליך איזוכורי העבודה מתאפסת (כי אין שינוי נפח).

בתהליך איזוברי העבודה שווה $P\Delta V$ כי הלחץ קבוע ולא צריך אינטגרל.

גז בתהליך איזותרמי נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{nRT}{V}$

קיבול חום לגזים:

בגזים קיבול החום משתנה בהתאם לתהליך

$Q_V = nC_V\Delta T$

$Q_P = nC_P\Delta T$

n - מספר המולים של החומר.

C_P/C_V (גדולה) - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע למול (בניגוד ל C גדולה במוצקים ונוזלים, שם קיבול כל המסה)

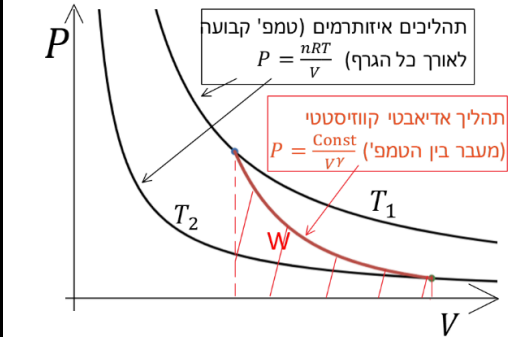
$C_V = m_{mol}c_V$; $C_P = m_{mol}c_P$

C_P/C_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)

$M_T = nm_{mol}$ - מסה מולרית

הפרש קיבולי החום ממיד קבוע: $C_P - C_V = R$

גז בתהליך אדיאבטי קוויזיסטטי (מאוד איטי) נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{const}{V^\gamma}$



אי אפשר לצیיר התפשטות חופשית בדיאגרמת $P-V$ מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות (הגז עדיין לא תופס את כל הנפח של הכלי והלחץ לא אחיד)

הולכה הסעה וקרינה

הולכה - מעבר אנרגיה על ידי התנגשויות בין המולקולות

קצב הולכת חום:

k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר

A - שטח חתך. l - אורך

R-value:

תלוי גם בגודל החומר ולא רק בסוג.

ערכים גבוהים מסמלים מבודד טוב.

הסעה - מעבר חום באמצעות תנועה של המולקולות בחומר.

קרינה: מועברת דרך גלים אלקטרומגנטיים, אינו דורש תווך.

משוואת סטפן בולצמן (קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה):

$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4$

ϵ - הפולט. $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$

A שטח הפנים של הגוף הפולט. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט.

ϵ - קירור (אמיסיביות) $0 < \epsilon < 1$, תכונה של פני הגוף שקורן. גופים שחורים, לדוגמה פחם, $\epsilon \approx 1$

מתכות מבריקות $\epsilon \approx 0$. האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה.

הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) הוא:

$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$

T_1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט.

T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.

קרינת שמש:

הקבועה סולרי הוא $1350 \frac{W}{m^2 \cdot s}$. האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרינה. ביום בהיר נעריך את הקבוע כ 1000 וכמות החום שגוף סופג מקרינת השמש:

$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000 \frac{W}{m^2 \cdot s}\right) \epsilon A \cos \theta$

θ - הזווית בין האנך למשטח של הגוף ובין קרני השמש.

החוק השני של התרמודינמיקה

החוק השני לפי קלאוזיוס: חום זורם בצורה ספונטנית מהגוף הקר מהגוף החם לגוף הקר, חום לא זורם ספונטנית מהגוף הקר

לגוף החם: $Q_H = W + Q_L$

Q_H - כמות החום שיוצאת מהמאגר החם.

Q_L - כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר.

W - העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.

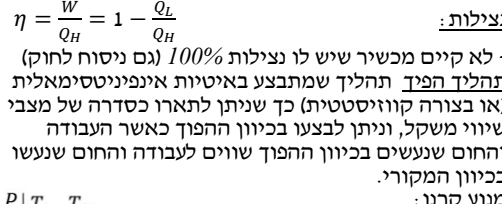
שימו לב: כל הסימנים חיוביים!

T_L ו- T_H נקראות טמפרטורות העבודה

נצילות:

$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$

לא קיים מכשיר שיש לו נצילות 100% (גם ניסוח לחוק) **תהליך הפך** תהליך שמתבצע באיטיות אינפיניטסימלית (או בצורה קוויזיסטטית) כך שניתן לתארו כסדרה של מצבי שיווי משקל, וניתן לבצעו בכיוון ההפוך כאשר העבודה והחום שנעשים בכיוון ההפוך שווים לעבודה והחום שנעשו בכיוון המקורי.



מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.

משפט קרנו: לכל המנועים ההפיכים שפועלים באותן טמפרטורות עבודה T_H ו- T_L קבועות יש אותה הנצילות.

לכל מנוע בלתי הפיך שפועל תחת אותן טמפרטורות עבודה קבועות, תהיה נצילות נמוכה מזו.

מנוע בעירה: דלק נכנס ב- A . כיוון אדיאבטי עד ל- B . הצתה ושריפה של הדלק לפני שהבוכנה עולה. תהליך מהיר שנוצר חום אבל הנפח לא משתנה עדיין. CD הגז החם מתפשט אדיאבטית ומרחיב את הנפח ועושה עבודה. DA נפתח שסתום וחום נפלט לסביבה.

מקדם יעילות מקרר/מזגן:

$COP = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$

$COP_{ideal} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$

מקדם יעילות משאבת חום:

$COP = \frac{Q_H}{W}$

תמיד גדול מאחד

אנטרופיה

GOOL

אנטרופיה - מדד לאי סדר של המערכת

שינוי באנטרופיה בתהליך הפיך ובטמפרטורה קבועה:

$\Delta S = \frac{Q}{T}$

אם הטמפרטורה לא קבועה אז:

$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$

האנטרופיה היא משתנה מצב, השינוי באנטרופיה במעבר של המערכת ממצב אחד לאחר אינו תלוי בתהליך.

אם התהליך לא הפיך אפשר לחשב את השינוי באנטרופיה בתהליך אחר, הפיך, שמתחיל ומסתיים באותם מצבים.

החוק השני במונחים של אנטרופיה:

האנטרופיה של מערכת מבודדת תמיד עולה (תהליך בלתי הפיך) או נשארת קבועה (תהליך הפיך).

או, האנטרופיה הכוללת של מערכת והסביבה שלה כתוצאה מתהליך טבעי:

$\Delta S_T = \Delta S_{sys} + \Delta S_{env} > 0$

פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני

מצב מיקרוסקופי: מה המיקום והמהירות של כל מולקולה בחומר.

מצב מקרוסקופי: מתואר על ידי משתנה מצב כלליים לכל המערכת כמו - לחץ, נפח, טמפרטורה ומספר המולים.

האנטרופיה כוללת מספר המצבים:

$S = k \ln \Omega$

k - קבוע בולצמן

