

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: $y = mx + n$
 משוואת הקו הישר: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$
 כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.
 נקודת חיתוך עם ציר ה-y: n
 מרחק בין שתי נקודות: $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

הפרבולה

משוואת הפרבולה: $y = ax^2 + bx + c$
 חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.
 נוסחת השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 מעברים בין יחידות:
 קיל (k) זה 1000: $1km = 1000m$
 מילי (m) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: $1mm = \frac{1}{1000}m$
 ומיליגרם $1mg = \frac{1}{1000}gr$
 ליטר: $1liter = 1000cm^3$
 קוב: $1000m^3 = 1000liter$
 שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: $1lightyear = 9.4608 \cdot 10^{15}m$

מבוא פיזיקלי

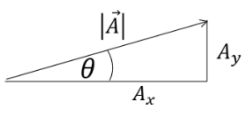
חוקי חזקות: $(ab)^c = a^c b^c$; $a^b a^c = a^{b+c}$
 $(a^b)^c = a^{bc}$; $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$
 צפיפות: $\rho = \frac{M}{V}$; צפיפות משטחית: $\sigma = \frac{M}{S}$
 צפיפות אורכית: $\lambda = \frac{V}{l}$
 V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: $\Delta x = x_2 - x_1$
 דרך- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון S באות
 מהירות ממוצעת או קבועה: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$
 המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה: $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
 גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.
 גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.
 השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.
 השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך
 תאוצה קבועה או ממוצעת: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
 מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$
 כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע תחילת התנועה)
 מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
 כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע התחלת התנועה)
 נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
 גרפים:
 התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן.
 השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
 הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
 המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה: $v(t) = \int a(t)dt$; $x(t) = \int v(t)dt$
 כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.
 נגזרות של סינוס וקוסינוס: $(\sin x)' = \cos x$; $(\cos x)' = -\sin x$

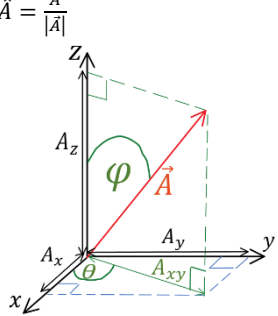
וקטורים

פירוק לרכיבים:

 $A_y = |A| \sin \theta$
 $A_x = |A| \cos \theta$
 למצא גודל וזווית:
 $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$; $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
 חיבור וקטורים:

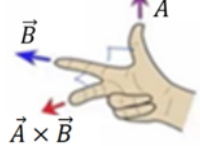
בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
 תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.
 בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$
 בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.
 כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:
 $\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
 בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)
 מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$
 $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$

וקטור יחידה:
 וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$


 פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$
 מכפלה וקטורית:
 דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$
 דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
 גודל המכפלה הוא:
 וכיוון לפי כלל יד ימין:


 שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

נפילה חופשית וזריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:
 $y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
 $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$
 $v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$
 בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן $v_0 = 0$
 בדרך"כ נבחר לפתור באופן זהות:

1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז $a = g$ (במשוואות הני"ל).
 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז $y_0 = 0$
 בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
 עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז $a = -g$, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
 מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.
 שיא גובה כאשר $v(t) = 0$ הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: $y_0 = \frac{v_0^2}{2g}$; שיא גובה $y(t) = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$
 העתק: $\vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$
 מהירות ממוצעת או קבועה:
 זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נזרק במהירות התחלתית בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:
 $x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)t$; $v_x(t) = v_0 \cos(\theta)$
 $y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)t + \frac{1}{2}a_y t^2$
 $v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$
 אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז $a_y = -g$
 תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.
 שיא גובה $(v_y(t) = 0)$: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$
 שיא גובה $y(t) = y_0 + \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g}$
 טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$
 טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות
 משוואת המסלול: משוואה של $y(x)$. על מנת למצא משוואת מסלול מבדדים את t מהביטוי של $x(t)$ ומציבים ב- $y(t)$.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.
 החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.
 שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תחום כוחות.
 חיכוך סטטי:
 פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).
 כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.
 גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

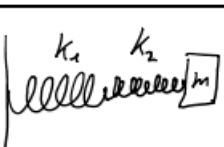
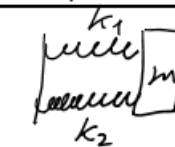
עכר מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s,max} = \mu_s N$
 חיכוך קינטי:
 פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).
 גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים)
 $f_k = \mu_k N$
 בניגוד לסטטי ושווה ל:
 המישור המשווה:
 בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.
 הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$
 ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$
 שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$
 בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר
 בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$
 בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות ורוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור בטור	חיבור במקביל
	
$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	$k_{eff} = k_1 + k_2$

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
 כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
 אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).
 אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
 העבודה הכללית (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{EF} = \Delta E_k$
 האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):
 $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 k הוא קבוע הקפיץ
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
 האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

התנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$\vec{u}$ היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות
רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.
 - משוואת שימור התנע הופכת ל -

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית **לחלוטין**.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין **מסות שוות שאחד הגופים במנוחה**: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מחצור: $\vec{F} = -k\vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l Vg$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

$E = E_K + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 *בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $W_{NC} = \Delta E$
 E_f ו- E_i הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.
 W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות **הלא משמרים** בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
 - כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{fk}$
 - ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס שרוצים. העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע: $P = \frac{w}{\Delta t}$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.
יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1\text{Hp} = 746\text{Watt}$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 - בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
 - הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
מיקום הגוף:
 $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
תדירות (אורך הקשת שמול הזווית):
 $S = R \cdot \Delta \theta$
 - יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים

המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

(ביחידות של רדיאן לשניה)
 f היא התדירות (יחידות הרץ או $1/\text{sec}$). T זמן מחזור.

הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבוע):
 $|\vec{v}| = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
 $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
סכום הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה- X למרכז המעגל וציר ה- Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
 - אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור **תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת:** $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

עבור **תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:** $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
 (ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה):
 $a_\theta = \alpha R$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$