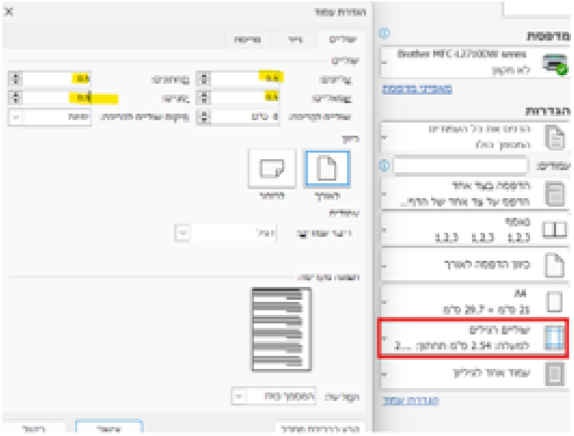
הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה! :

את הדף יש להדפיס עם <u>שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד</u>.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

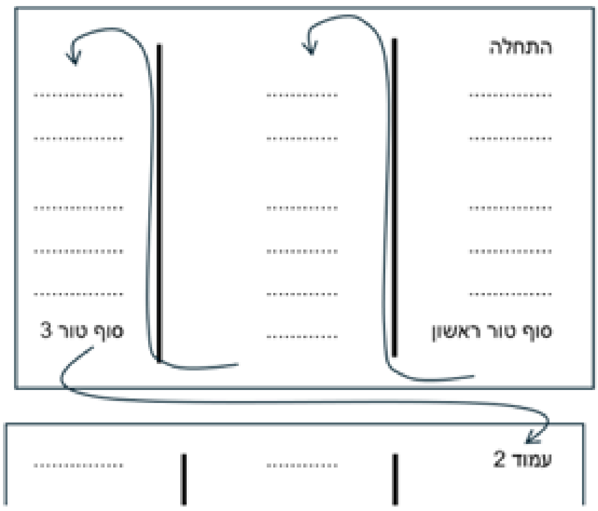
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:

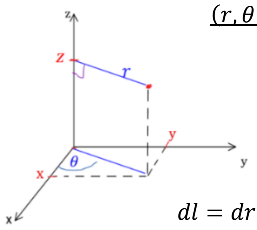
הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני <u>באותו עמוד</u> (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.



מבוא מתמטי GOOL

קואורדינטות גליליות: (r,θ,z)



$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$z = z$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

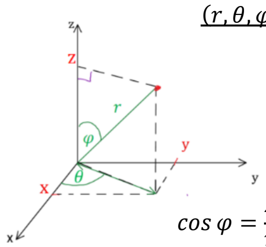
$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr / rd\theta$(טבעת)$/dz$

$ds = rdrd\theta$(דיסקה)$/rd\theta dz$(קליפה גלילית דקה)$/drdz$

$dv = rd\theta drdz$(גליל מלא או קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r,θ,φ)



$z = r\cos\varphi$

$x = r\sin\varphi\cos\theta$

$y = r\sin\varphi\sin\theta$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

$dl = dr / r\sin\varphi d\theta / rd\varphi$

$ds = r^2\sin\varphi d\theta d\varphi$(מעטפת כדור)

$dv = r^2\sin\varphi d\theta d\varphi dr$(כדור מלא או קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$\rho = \frac{M}{V}\ ;\ \sigma = \frac{M}{S};\ \lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

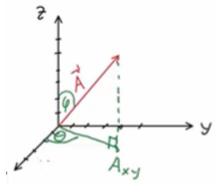
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x\cdot B_x + A_y\cdot B_y = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\cos\alpha$

α - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך **לבדוק האם וקטורים מאונכים**.

וקטור בשלושה מימדים:



$0 \le \varphi \le \pi$

$0 \le \theta \le 2\pi$

$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

$;\ \cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}|\sin\varphi\ ;\ A_z = |\vec{A}|\cos\varphi$

$A_x = |\vec{A}|\sin\varphi\cos\theta\ ;\ A_y = |\vec{A}|\sin\varphi\sin\theta$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$

$(\vec{A}+\vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos\alpha = \frac{A_xB_x + A_yB_y}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|}$

מכפלה וקטורית:

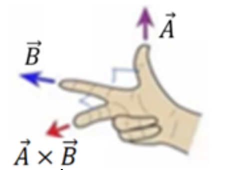
דרך 1 לעשות את המכפלה– דטרמיננטה:

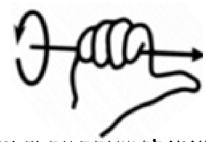
$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 – לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}||\sin\alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין





שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

- בגליליות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

- בכדוריות (*): $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

- בגליליות:

$$\vec{\nabla}\times\mathrm{F} = \left(\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial \mathrm{F_z}}{\partial\theta} - \frac{\partial \mathrm{F_\theta}}{\partial z}\right)\hat{\mathrm{r}} + \left(\frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{F_z}}{\partial \mathrm{r}}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{\partial(\mathrm{rF_\theta})}{\partial \mathrm{r}} - \frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\theta}\right)\hat{\mathrm{z}}$$

- בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla}\times\mathrm{F} = \frac{1}{\mathrm{r}\sin\varphi}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathrm{F_\theta}\sin\varphi) - \frac{\partial \mathrm{F_\varphi}}{\partial\theta}\right)\hat{\mathrm{r}} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}(\mathrm{rF_\varphi}) - \frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{1}{\sin\varphi}\frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}(\mathrm{r}\cdot\mathrm{F_\theta})\right)\hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר x

במערכות צירים צריך להתקיים:

$\hat{x}\times\hat{y} = \hat{z}\ \ ;\ \ \hat{r}\times\hat{\theta} = \hat{z}\ \ ;\ \ \hat{r}\times\hat{\theta} = \hat{\varphi}$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}\cdot(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}\cdot(\vec{A}\times\vec{B})$

$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}(\vec{A}\cdot\vec{C}) - \vec{C}(\vec{A}\cdot\vec{B})$

$(\vec{A}\times\vec{B})\cdot(\vec{C}\times\vec{D}) = (\vec{A}\cdot\vec{C})\cdot(\vec{B}\cdot\vec{D}) - (\vec{A}\cdot\vec{D})(\vec{B}\cdot\vec{C})$

$\vec{A}\times\left(\vec{B}\times(\vec{C}\times\vec{D})\right) =$

$= \vec{B}\left(\vec{A}\cdot(\vec{C}\times\vec{D})\right) - (\vec{A}\cdot\vec{B})(\vec{C}\times\vec{D})$

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$

דיברגנט div בקרטזיות: $\vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

div בגליליות: $\vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{1}{r}\frac{\partial(rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{F} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\varphi}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial(F_\varphi\sin\varphi)}{\partial\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla}\times\mathrm{F} = \left(\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{\partial \mathrm{F_z}}{\partial\theta} - \frac{\partial \mathrm{F_\theta}}{\partial z}\right)\hat{\mathrm{r}} + \left(\frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial z} - \frac{\partial \mathrm{F_z}}{\partial \mathrm{r}}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{\partial(\mathrm{rF_\theta})}{\partial \mathrm{r}} - \frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\theta}\right)\hat{\mathrm{z}}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla}\times\mathrm{F} = \frac{1}{\mathrm{r}\sin\varphi}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}(\mathrm{F_\theta}\sin\varphi) - \frac{\partial \mathrm{F_\varphi}}{\partial\theta}\right)\hat{\mathrm{r}} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}(\mathrm{rF_\varphi}) - \frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{1}{\sin\varphi}\frac{\partial \mathrm{F_r}}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial \mathrm{r}}(\mathrm{r}\cdot\mathrm{F_\theta})\right)\hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר x

זהויות של אופרטורים:

$\vec{\nabla}(f+g) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$

$\vec{\nabla}(\vec{A}+\vec{B}) = (\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + (\vec{\nabla}\cdot\vec{B})$

$\vec{\nabla}\times(\vec{A}+\vec{B}) = (\vec{\nabla}\times\vec{A}) + (\vec{\nabla}\times\vec{B})$

$\vec{\nabla}(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \vec{A}\times(\vec{\nabla}\times\vec{B}) + \vec{B}\times(\vec{\nabla}\times\vec{A}) + (\vec{A}\cdot\vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B}\cdot\vec{\nabla})\vec{A}$

$\vec{\nabla}(f\cdot g) = (\vec{\nabla}f)\cdot g + (\vec{\nabla}g)\cdot f$

$\vec{\nabla}(f\cdot\vec{A}) = f(\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) + \vec{A}\cdot(\vec{\nabla}f)$

קבועים GOOL

מסות הפרוטון, נויטרון ואלקטרון:

$m_n \approx m_p = 1.67\cdot 10^{-27}kg\ \ ;\ \ m_e = 9.1\cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$q_p = 1.6\cdot 10^{-19}C = e = -q_e$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k:

$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\frac{N\cdot m^2}{C^2}\ \ ;\ \ \varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N\cdot m^2}$

חוק קולון GOOL

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו: $\vec{F} = \frac{kq_1\cdot q_2}{r^2}\hat{r} = \frac{kq_1q_2}{r^3}\vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 אל q_2, $r = |\vec{r}|$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2}\hat{r} = \frac{kq}{r^3}\vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$\vec{F} = q\vec{E}$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה: נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y ו- z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda d\,l / \sigma\, d\,s / \rho\, dv$

כאשר dl, ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל GOOL

הגדרת הפוטנציאל: $\varphi = -\int\vec{E}\cdot d\vec{r}$ או $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\varphi$

מתח: $V = \Delta\varphi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta\varphi$

פוטנציאל של מטען נקודתי: $\varphi = \frac{kq}{r}$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.
- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.
- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.
- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

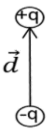
הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בדר"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיול (בחירת נק' האפס).
2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\varphi = \frac{kdq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

דיפול חשמלי GOOL

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.



מומנט הדיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$\varphi = \frac{k(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p}\cdot\hat{r})}{r^2}$

השדה של דיפול במרחק גדול: $\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p}\cdot\hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$p_x = \sum x_iq_i = \int x\,dq$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

$U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

$\vec{F} = (\vec{p}\cdot\vec{\nabla})\cdot\vec{E} = -\vec{\nabla}U$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

מציאת התפלגות מטען GOOL

למצא צפיפות נפחית נעשה: $\rho = \varepsilon_0\vec{\nabla}\cdot\vec{E}$

למצא צפיפות משטחית: $\sigma = \varepsilon_0\Delta E_\perp$

כאשר $\Delta E_\perp$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2}\hat{r}$ (בקורדינטות **כדוריות**) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r}\hat{r}$ (בקורדינטות **גליליות**) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\varepsilon_0\alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת GOOL

$U = \Sigma\frac{1}{2}\varphi_iq_i = \int\frac{\varepsilon_0}{2}E^2\,dv$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.
- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$\mu_E=\frac{\varepsilon_0}{2}E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית

חומרים דיאלקטרים GOOL

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכניסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי ליניארי ואיזוטרופי:

$$\vec E=\frac{\vec E_{free}}{\varepsilon_r}$$

$\vec E_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשים/מחוץ לחומר.

$\vec E$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

κ או ε_r - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\varepsilon_r>1$ ו- $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$\sigma_{free}=\varepsilon_0\Delta E_{free\perp}$

σ_T - צפיפות המטען הכוללת: $\sigma_T=\varepsilon_0\Delta E_\perp$

σ_i - צפיפות מטען מושרית/ קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.:

$\sigma_i=\sigma_T-\sigma_{free}$

$\vec P$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.:

$\vec P=N\vec p_1$

$\vec p_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

מומנט הדיפול הכולל בחומר: $\vec p=\int\vec P\,dV$

הקשר בין $\vec P$ לצפיפות המושרית על השפה: $\sigma_i\equiv\sigma_b=\vec P\cdot\hat n$

כאשר $\hat n$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec P$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית בתוך החומר: $\rho_i\equiv\rho_b=-\vec\nabla\cdot\vec P$

וקטור העתקה: $\vec D=\varepsilon_0\vec E+\vec P$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec\nabla\cdot\vec D=\rho_f\Leftrightarrow\oint\vec D\cdot d\vec s=Q_{in_f}$$

בחומרים ליניארים (בדר"כ בשאלות): $\vec D=\varepsilon\vec E$

חומר איזוטרופי: $\vec D=\varepsilon_0\vec E_0$

מעגלי זרם ישר GOOL

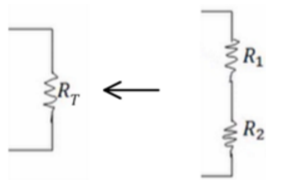
זרם: $I=\frac{dq}{dt}$

- כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם **בנגד**: $V=IR$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה: $R_T=R_1+R_2$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.



$V_T=V_1+V_2$

$I_T=I_1=I_2$

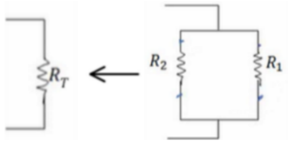
כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$

$I_T=I_1+I_2$

$V_T=V_1=V_2$



- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

בטור: $R_T=\Sigma R_i$, $V_T=\Sigma V_i$, $I_T=I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T}=\Sigma\frac{1}{R_i}$, $I_T=\Sigma I_i$, $V_T=V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד: $P=IV=I^2R=\frac{V^2}{R}$

$P=IV$ נכון לכל רכיב חשמלי , שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי: $V=\varepsilon-Ir$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ε - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל .
- נרשום משוואות מתחים , סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות): $I_i=\frac{\Delta_i}{\Delta}$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

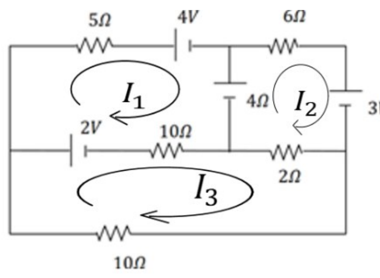
$$\begin{aligned}3I_1+4I_2+8I_3&=5\\2I_1-5I_2+9I_3&=1\\4I_1+3I_2-7I_3&=3\end{aligned}\qquad\Delta=\begin{vmatrix}3&4&8\\2&-5&9\\4&3&-7\end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}3&5&8\\2&1&9\\4&3&-7\end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:
2. נעשה משוואת מתחים **לכל מעגל.** עבור מעגל 1 בדוגמה:



$$5I_1+4+4+10(I_1-I_3)-2=0$$

3. נפתור את מערכת המשוואות

חומרים דיאלקטרים GOOL

הגדרת הקיבול: $C=\frac{|q|}{|V|}$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות: $C=\frac{\varepsilon_0A}{d}$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d\ll\sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות: $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{V}{d}$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי: $C=\frac{2\pi\varepsilon_0L}{\ln\frac{b}{a}}$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a,b\ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד: $C'=kC_0$

k (או ε_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם **מטען** זהה):

$$\frac{1}{C_T}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T=Q_1=Q_2$ ו- $V_T=V_1+V_2$

חיבור קבלים במקביל (**מתח** זהה): $C_T=C_1+C_2$

כאשר $Q_T=Q_1+Q_2$ ו- $V_T=V_1=V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
ב. נחשב את השדה בין הלוחות
ג. נחשב את המתח בין הלוחות
ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל
ב. נחשב את הקיבול של כל אחד
ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל: $U_c=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}qV$

העבודה שמבצעת הסוללה: $W_s=\Delta qV_s=-2\Delta U_c$

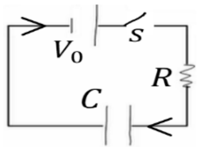
Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל: $F=\left|\frac{dU_c}{dx}\right|$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל GOOL

מעגל טעינה:



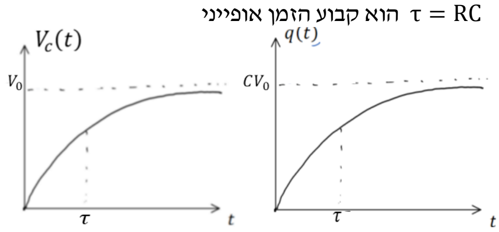
- משוואת המתחים:

$$V_0-\frac{q}{C}-IR=0$$
$$I=\frac{dq}{dt}$$

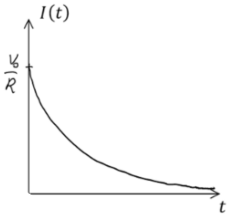
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן(בטעינה):

$$q(t)=CV_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\ ;\ V_c(t)=V_0\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\tau=RC$ הוא קבוע הזמן אופייני

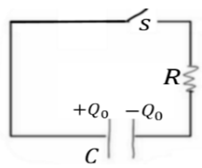


- הזרם כתלות בזמן: $I(t)=\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$



- בהתחלה $(t=0)$ הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.
- לאחר זמן רב $(t>5\tau)$ הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:

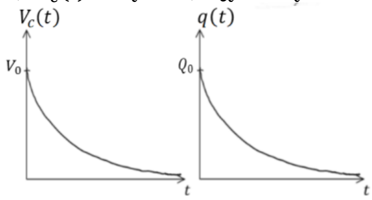


- משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C}-IR=0$$
$$I=-\frac{dq}{dt}$$

- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t)=Q_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ ;\ V_c(t)=V_0e^{-\frac{t}{\tau}}\ ;\ Q_0=CV_0$$



- הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה: $I(t)=\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

מבנה הנגד וצפיפות זרם GOOL

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד: $R=\rho\frac{L}{S}$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד**. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma=\frac{1}{\rho}$

$\vec J$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח: $I=\int\vec J\cdot d\vec S$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec J$.

- אם $\vec J$ אחידה אז: $I=JS$

חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec J=\sigma\vec E$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה: $\vec J=\rho\vec v$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec v$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho=nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה v_{drift}.

$\vec k$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך: $I=\int\vec k\cdot d\vec l$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec k$

אם $\vec k$ אחידה אז: $I=kl$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה: $\vec k=\sigma\vec v$

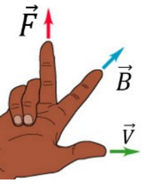
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I=\lambda v$

הכוח המגנטי -חוק לורנץ GOOL

חוק לורנץ - הכוח המגנטי: $\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).
- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB\sin\alpha$

כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:
- שימו לב שאתם עם **יד ימין**! !
- כיוון הכוח הוא עבור **מטען חיובי** (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).



תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא: $R=\frac{mv}{qB}$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה: $R=\frac{mv\sin\alpha}{qB}$

$v\cos\alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם GOOL

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא: $d\vec{F} = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$
- אם ה**תיל ישר בשדה אחיד** אז גודל הכוח הוא: $F = BIL\sin\alpha$

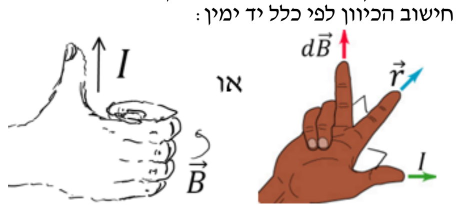
את כיוון הכוח יש למצוא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
- הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותן נקודות.

חוק ביו-סבר GOOL

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{r}}{|r|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{|r|^2}$

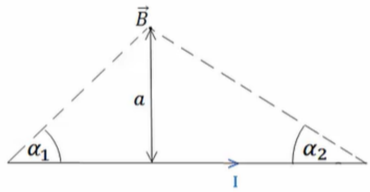
$\vec{r}$ הוא הקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



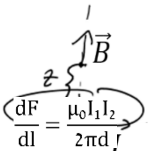
השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1+\cos\alpha_2)$

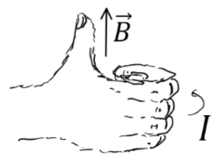
- במרכז התיל $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\frac{L}{((\frac{L}{2})^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}$, (L אורך התיל)



שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$

- כיוון השדה לפי כלל הבורג:





כוח ליחידת אורך בין שני תיילים מקבילים: $\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

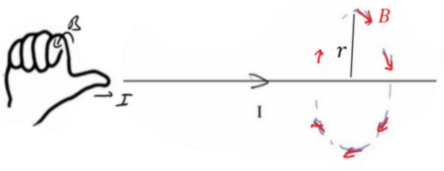
חוק אמפר GOOL

חוק אמפר: $\oint\vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int\vec{J}\cdot d\vec{s}$
- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדר"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי. 3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

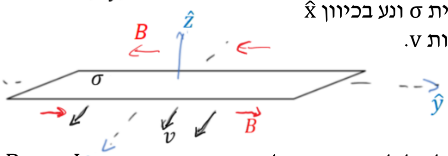
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$

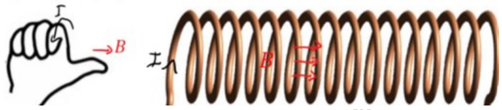
שדה של מישור אינסופי: עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\sigma v}{2}\begin{cases}-\hat{y}, & z>0\\ \hat{y}, & z<0\end{cases}$$



שדה של סליל אינסופי/סולונואיד: $B = \mu_0 In$

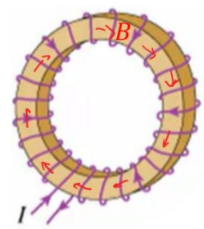
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד: $B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון GOOL

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{J}$ משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי): $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה): $\hat{n}_{1\to2}\times\Delta\vec{B} = \mu_0\vec{k}$

כאשר $\hat{n}_{1\to2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\Delta\vec{B} = \vec{B}_2-\vec{B}_1$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r}\hat{\theta}$ **בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית** ו- C קבוע כלשהו. נשווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{C2\pi}{\mu_0}$

חוק פארדיי GOOL

חוק פארדיי: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int\vec{B}\cdot d\vec{s}$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.

בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

האם השטף גדל או קטן?
- גדל → נרצה להקטין את השטף → ניצור שדה מגנטי בכיוון הפוך לשדה הקיים
- קטן → נרצה להגדיל את השטף → ניצור שדה מגנטי באותו הכיוון של השדה הקיים

→ נמצא את כיוון הזרם שייצור את השדה המתאים לפי כלל יד ימין

הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F}\cdot\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\varepsilon = BLv\sin\alpha$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

השראות GOOL

השראות ברכיב: $L = \frac{\phi_B}{I}$

ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
- ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:
1. נניח שזורם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל: $L = \frac{\mu_0\pi a^2N^2}{l}$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת

כא"מ ברכיב עם השראות L: $\varepsilon = -L\dot{I}$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות): $U_L = \frac{1}{2}LI^2$

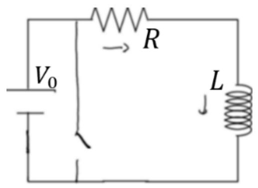
האנרגיה האגורה בשדה המגנטי: $U = \int\frac{B^2}{2\mu_0}dV$
- את האינטגרל עושים על **כל המרחב**.
- זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).
- ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).

המתח על סליל (משרן) במעגל: $V_L = L\dot{I}$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

מעגלי RL GOOL

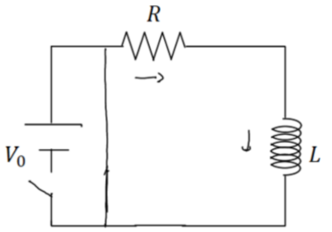
טעינה:



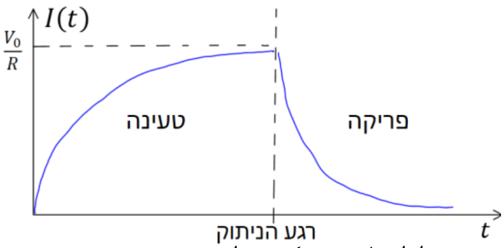
$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$
$$I(t) = \frac{V_0}{R}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
$$\tau = \frac{L}{R}$$

- סליל (או משרן) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:



$$-IR - L\dot{I} = 0$$
$$I(t) = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \cdots$

כאשר $V_T = V_1 + V_2 + \cdots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \cdots$

במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \cdots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \cdots$

השראות הדדית GOOL

השראות הדדית: $M_{1,2} = \frac{\phi_1}{I_2}$

חישוב השראות הדדית:
1. נניח שזורם זרם I_2 ברכיב 2.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$ ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי: $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

שדות משתנים בזמן וזרם העתקה GOOL

ממשוואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז: נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פארדיי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר בדר"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$

אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז: נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר

רק שבמקום זרם יש $\int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם

$\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

משוואות מקסוול GOOL

הצורה הדיפרנציאלית ; הצורה האינטגרלית :

1. חוק גאוס $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho \, dV$

2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדי $\varepsilon = -\dot{\phi}_B$

4. $; \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)