

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (rF_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד)

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$
תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$
- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$
שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
- השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות ($Speed$): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:
 $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$
הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

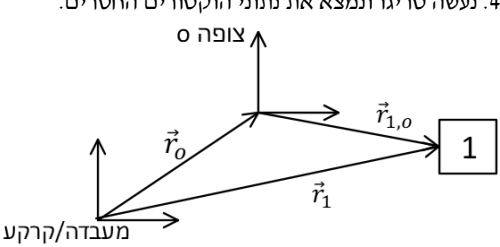
שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את תנאי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

- אינטגרל היא פעולה הפוכה לגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים - מצביים בגבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.
- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק **האם וקטורים מאונכים**.
- פתיחת סוגרים והעלאה ברביע:

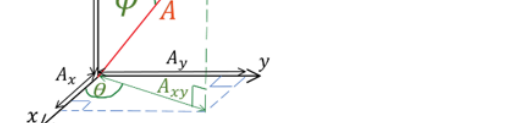
$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
 $(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

- **פירוק לרכיבים:** $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- **שימו לב** שאתם עם יד ימין!!
- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות:

$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות:

$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רטור (Rot/Curl):

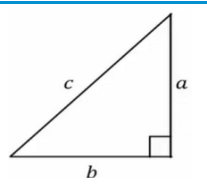
$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} +$

מבוא מתמטי

ניצב שמול יתר
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
ניצב ליד יתר
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
ניצב שמול ליד ניצב
 $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$



$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



$dl = dr/r d\theta$ (טבעת) / dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $r d\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

$dv = r d\theta dr dz$ (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr/r \sin \varphi d\theta d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (מעטפת כדור)

$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

גזרות ואינטגרליים:

גזרת של מכפלה:

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

- **כלל שרשרת:** אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

- **גזרות נוספות:** $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{x^2}$

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

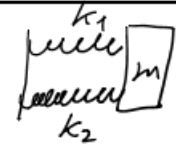
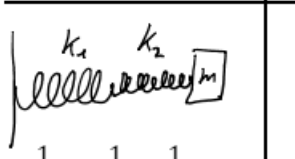
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

חוק הוק – הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה – משוואה הכוללת את x ו- v ו- a . בדרכ

מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית – המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה

לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס – כוח גרר שפועל על פדור בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η – צמיגות הנוזל, R – רדיוס הכדור

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה

(מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת

אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף.

החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{מיתיים}$$

$\vec{a}$ היא תאוצת הגוף ביחס לצופה.

אמיתיים $\vec{a}'$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם

במערכת המעבדה.

" $-\vec{a}_0$ " – הוא הכוח המדומה כאשר 0 היא מסת הגוף

הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

- כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.

- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו

מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי

באנרגיה קינטית: $W_{SF} = \Delta E_k$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.

העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה

הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):

$$U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

k הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב- Δl)

האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך

כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות

פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $W_{NC} = \Delta E$ או $E_i + W_{NC} = E_f$

E_i ו- E_f הם אנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים

בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של

מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h – הגובה מהתחתית

l – אורך החוט

θ – זווית ביחס לאנך

מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה

הנוצרת מחיכוך קינטי.

- כמות החום שנוצרת

בתהליך שווה לעבודה של

כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע

החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה

הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או ההספק ממוצע:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

היחידה הסטנדרטית של ההספק היא Watt (W) והיא שווה

לגאול חלקי שנייה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1Hp = 746Watt$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע

או קבוע)

העבודה של כוח לא קבוע:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה

עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y

את x^5 ו- dx נזזרת $dy = 5x^4 dx$.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x)

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות

הספק ממוצע:

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ – הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות: $\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

כאשר out מציינ את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in

מציינ את מה שמושקע.

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

(ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור

תאוצה משתנה): $a_\theta = R\alpha$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

הכוח הצנטריפוגלי:

$$F_r = m\omega^2 R$$

- בכיוון החוצה מהמגעל.

- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע

מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה

המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף

תאוצה רדיאלית.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

הדרך בתנועה מעגלית:

$$S = \Delta \theta \cdot R$$

- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף

במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש

להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית ($speed$): $v(t) = \frac{ds}{dt}$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f – התדירות, T – זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה

מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:

$$v = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

הכוחות למרכז המעגל: $F_r = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$

תאוצה זוויתית:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = R\alpha$

הגובה במעגל אנכי:

$$h = R(1 - \cos \theta)$$

- כאשר θ – נמדדים מתחתית המעגל.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:

$$\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית

שמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור

האנרגיה: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן

להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$\vec{u}$ – היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות

רבע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשות

אלסטית! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה

בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא

פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור

התנע הרגילה.

הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית

מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה

שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה

קוראים להתנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאיך הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת

מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף

שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו

הגוף הראשון.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות

מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של

כוחות קבועים כמו הכובד.

התנגשויות לא שיימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול

מאוד אז לא נזניח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי

בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי

יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונתחשב גם בו.

מרכז מסה

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

מיקום מרכז המסה:

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x :

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

תאוצת מרכז המסה:

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.

מספר גופים קשחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה

בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז

מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה)

אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז

מסה" – לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מסה משתנה

הנוסחה $\vec{F} = m\vec{a}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו

משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt}$$

כאשר $\frac{dm}{dt}$ הוא קצב הפליטה (חיובי כאשר חומר יוצא

מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף).

$\vec{v}_{rel}$ – מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט

אחורה אז היא צריכה להיות שלילית)

ext – הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על

הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית

(אך לא באותה מהירות קווית)

$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:

$$I' = I_{c.m.} + md^2$$

משפט שטיינר:

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת</

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
 פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:
 מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
 אין תנודות

$$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} \right)$$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

$$z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$$

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$
 יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$ היא תדירות התנודות.

$$z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$$

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת GOOL
 בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:
 $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$
 ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$
 פתרון משוואת התנועה:
 $x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$
 (t) הומוגני x- הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נוניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \ll \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסן)

כבידה וכוח מרכזי GOOL
כוח מרכזי:
 - תלוי רק ב r ובכיוון רדיאלי בלבד.
 - **כוח משמר** (אנרגיה).
 - לא מפעיל מומנט כוח ולכן הוא משמר גם תנע זוויתי.
כוח הכובד:
 $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{r}$
 כאשר $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
 - קרוב לכדה"א $\frac{GMm}{r^2} \approx mg$
 כאשר $r \approx R_E \approx 6400 \text{ km}$; $M_E \approx 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 ו- $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$

האנרגיה הפוטנציאלית של כוח הכובד:
 הצורה הזו של האנרגיה היא צורה כללית שיש לכוחות נוספים והרבה פעמים רשמים אותה כ:
 $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$
 כאשר α קבוע כלשהו. עבור הכובד $\alpha = GMm$
המסלול של גוף תחת כוח הכובד:
 $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \epsilon \cos \theta}$
 כאשר $r_0 = \frac{L^2}{ma}$; $\epsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{ma^2}}$
 הכוללת של הגוף ו- L הוא התנ"י.
צורת המסלול מתחלקת ל-3 מקרים:
 מקרה 1: מעגל $\epsilon = 0$. במקרה הזה ניתן להשוות את הכוח ל- $\frac{mv^2}{r}$ ולקבל ש:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\theta}$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$
m	I
p	L
F	τ

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$
 - בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

דרך כוחות ומומנטים עושים:

- חוק II: $\Sigma F = ma_{c.m.}$
- משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
- קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

בדקים מה נשמר:

- אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
- תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
- תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$
 - תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
 - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושורה ל- $\vec{\omega}$: $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.} \vec{\omega}$
אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו:
 $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
 $E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$
 - תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):
 $E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
 כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.
 (*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

תנועה הרמונית פשוטה GOOL
משוואת התנועה:
 $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
 k ו- m הם קבועים חיוביים כלשהם.
 x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k.

פתרון המשוואה:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
 x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית
 ϕ - פאזה.
מציאת הקבועים בפתרון:
 x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\text{של המקדם}}{\text{של המקדם}}}$
 ϕ ו- $x(0)$ מוצאים מתנאי התחלה $\dot{x}(0)$.
נוסחה למהירות המקסימאלית:
מטוטלת פיזיקאלית:
 גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי

תלייה

$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2$$
 האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
 - חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי בקצות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת GOOL
 בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה:
 $F = -\lambda v$
 v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.
משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z- אנך לדיסקה	 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} m R^2$
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x- במישור הדיסקה	 $I_{c.m.} = \frac{1}{4} m R^2$
מוט במרכז המסה	 $I_{c.m.} = \frac{1}{12} m L^2$
מוט בקצה	 $I = \frac{1}{3} m L^2$
כדור מלא במרכז מסה	 $I_{c.m.} = \frac{2}{5} m R^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	 $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:
 $I_z = I_x + I_y$
 אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה הקוביה. מומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.
חישוב עם אינטגרל: עבור גוף קשיח:
 $I = \int r^2 dm$
 כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח GOOL
מומנט כוח:
 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר ועד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט:
 $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.
תנע זוויתי (תנ"ז) GOOL

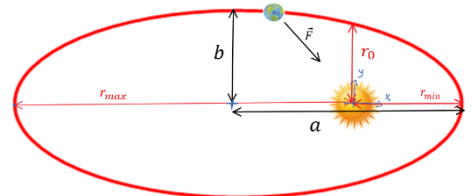
תנ"ז:
 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי
 עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:
 $|\vec{L}| = mvd$
 כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
 v - המהירות.
 הקשר בין תנ"ז

למומנט כוח:
חוק שימור התנע הזוויתי:
 אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר
 תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שני:
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

גוף קשיח GOOL
 אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח:
 טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x

מקרה 2: אליפסה $0 < \varepsilon < 1$
 - מקור הכוח נמצא באחד ממוקדי האליפסה.



בד"כ נמצא המהירויות באמצעות שימור אנרגיה ותנ"י:
 $v(r_{min}) = v_{max}$; $v(r_{max}) = v_{min}$

$$r_{min} = \frac{r_0}{1+\varepsilon} ; r_{max} = \frac{r_0}{1-\varepsilon} ; \varepsilon = \frac{r_{max}-r_{min}}{r_{max}+r_{min}} ; a = \frac{r_{min}+r_{max}}{2} = \frac{r_0}{1-\varepsilon^2} ; b = \frac{r_0}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$$

שטח האליפסה: $S = \pi ab$

מקרה 3: היפרבולה $\varepsilon \geq 1$ (פרבולה כאשר $\varepsilon = 1$):

$v(r_{min}) = v_{max}$
 מהירות מילוט -
 המהירות הדרושה להגיע לאינסוף.

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

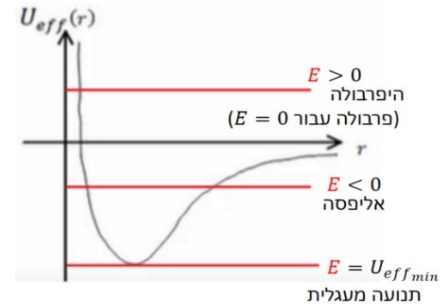
אנרגיה פוטנציאלית אפקטיבית:

בבעיות שבהן האנרגיה הפוטנציאלית תלויה רק ב r ניתן לרשום את האנרגיה הכוללת של הגוף כתלות במשתנה r בלבד.

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + U_{eff}(r)$$

$$U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + U(r)$$

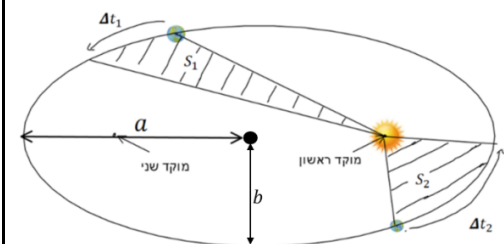
כאשר: $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$ עבור נקבל את הגרף הבא עבור U_{eff} :



חוק 1 של קפלר: צורת המסלול של כל כוכב לכת סביב השמש היא אליפסה, שהשמש נמצאת באחד ממוקדיה.
 החוק 2 - חוק השטחים השווים: הקו שמחבר את כוכב הלכת עם השמש (רדיוס המקום) מכסה שטחים שווים במרחקים שווים. מעבר לכך ניתן להגיד שגם אם הזמנים לא שווים היחס של השטח חלקי הזמן קבוע.

$$\frac{S_1}{\Delta t_1} = \frac{S_2}{\Delta t_2} = \frac{S_T}{T}$$

$S_T = \pi ab$ - שטח כל האליפסה, a/b - מחצית הציר הראשי/משני של האליפסה, T - זמן המחזור



$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$$

חוק 3 קפלר:

M - מסת הכוכב שבמוקד
 במקרה של מערכת בינארית שבה שני הכוכבים זזים

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{G(m_1+m_2)}$$

הנוסחה היא:

גלים והתאבכות גלים

$$v = \lambda f$$

מהירות גל מחזורי:

λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

חוק השבירה:

θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאורך למשטח.

n - מקדם השבירה של כל תווך.

v - מהירות הגל בכל תווך.

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:

ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקס"/מיני)

קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (וייתור)
 שווי-מופע: $\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n
 ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .
 λ - אורך הגל.
 d - המרחק בין החריצים.
 קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n
 ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\lambda}{d}$$

נוסחת יאנג:

ΔX - רוחב פס האור. L - מרחק האנך למסך מהחריצים.

λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$$

θ_n - הזווית למקסימום מסדר n .

d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד: $\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$

θ_n - הזווית למינימום מסדר n .

X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום

המרכזי. L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .

w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע: $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$

כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמע של אדם.

ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha-\beta}{10}\right)}$$

שונים α ו- β :

האנרגיה של גל קול: $E = I \cdot S \cdot t$

E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל.

S - שטח החתך בו הגל פוגע.

t - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

GOOL

מבוא לאופטיקה

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

חוק סנל:

כאשר n הם מקדמי השבירה של התווך ו- θ הן הזוויות בין הקרן שפוגעת/מוחזרת לבין האנך למשטח.

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

נוסחת העדשות:

u - מרחק העצם מהעדשה. v - מרחק הדמות מהעדשה.

f - מוקד העדשה.

$$m = \frac{H_i}{H_o} = \frac{|v|}{|u|}$$

הגדלה קווית:

H_i - גובה הדמות. H_o - גובה העצם.

$$C = \frac{1}{f}$$

עוצמת העדשה: