

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד) **GOOL**

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): **GOOL**

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
 סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{|\vec{v}|} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמואנך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

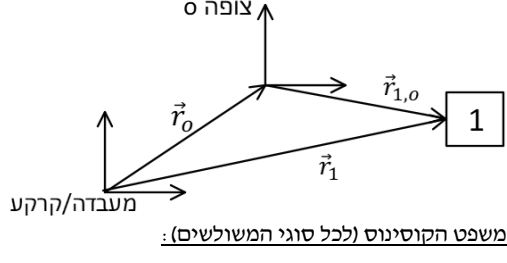
תנועה יחסית (טרנס' גליליי) **GOOL**

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש בכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

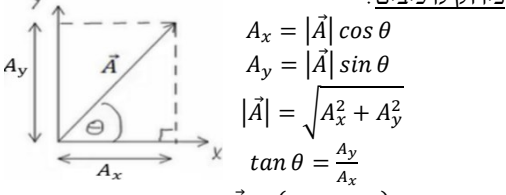
- נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.
- נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.
- נעשה טריגו ונמצא את תנוגי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$
 $ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)
צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:
 $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
 אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:
 $dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

וקטורים **GOOL**
 פירוק לרכיבים:



כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.
 - תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
 - מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך **לבדוק** **האם וקטורים מאונכים**.
פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

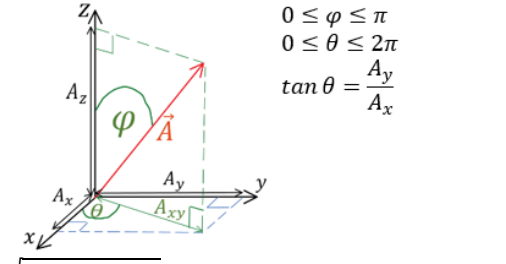
$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:
 - דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

גודל המכפלה הוא: **גודל כלל יד ימין:**



- **שימו לב** שאתם עם יד ימין!!
 - בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

GOOL **מבוא מתמטי**
 ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 ניצב ליד: $\frac{1}{\tan \alpha} = \frac{b}{a} = \cot \alpha$
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

- **נגזרת של מכפלה:**

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

- **כלל שרשרת:** אם y היא פונקציה של x ו-x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

- **נגזרות נוספות:** $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$

- **אינטגרל** היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr / r d\theta$ (טבעת) / dz (קליפה גלילית דקה) / $rd\theta dz$ (דיסקה)
 $ds = r dr d\theta$ (קליפה גלילית עבה)
 $dv = r dr d\theta dz$ (קואורדינטות כדוריות): (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



מטוטלת פיזיקלית:
 גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי

$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$

I_0 – מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה:
 $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}m\dot{A}^2$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
 - חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת
GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה: $F = -\lambda v$
 v – מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
 אין תנודות

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת
GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:
 $\ddot{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

F_0 ו- Ω קבועים כלשהם

משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$

פתרון משוואת התנועה:
 $x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$
 (t) הומוגני - x הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נוניח את הפתרון ההומוגני.

כבידה וכוח מרכזי
GOOL

כוח מרכזי:
 $\vec{F}(r) = f(r)\hat{r}$

- תלוי רק ב r ובכיוון רדיאלי בלבד.
 - כוח משמר (אנרגיה).
 - לא מפעיל מומנט כוח ולכן הוא משמר גם תנע זוויתי.

כוח הכובד:
 $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$

כאשר $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

- קרוב לכדה"א $\frac{GM_E}{r^2} \approx mg$

כאשר $r \approx R_E \approx 6400 \text{ km}$; $M_E \approx 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

ו- $g = \frac{GM_E}{R_E^2}$

האנרגיה הפוטנציאלית של כוח הכובד:
 $U(r) = -\frac{GMm}{r}$

הצורה הזו של האנרגיה היא צורה כללית שיש לכוחות נוספים והרבה פעמים רשמים אותה כ: $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$

פרצסיה (נכפיפה):
 לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z. נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

גוף קשיח
GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:
 $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז:
 גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
 - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:
 - סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
 $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
 - תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):
 $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
 כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.
 (*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגולל ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$
 - בגלייה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.
איך נגשים לשאלות?

דרכי פתרון:

- חוקי שימור
- בדקים מה נשמר:

- אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
- תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
- תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

תנועה הרמונית פשוטה
GOOL

משוואת התנועה:
 $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$

ו- m הם קבועים חיוביים כלשהם.
 x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זוויתי או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שנייה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית
 ϕ - פאזה.
מציאת הקבועים בפתרון:
 x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

של המקדם $\sqrt{\frac{k}{m}}$
 של המקדם $\sqrt{\frac{x}{\ddot{x}}}$

ϕ, A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית:
 $v_{max} = \omega A$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$	גוף נקודתי	גליל חלול
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$	טבעת (חלולה)	
דיסקה/גליל מלא במרכזו מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$		
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$		
מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$		
מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$		
כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$		
תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$		

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:
 $I_z = I_x + I_y$
 אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:
 $I = \int r^2 dm$
 כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח
GOOL

מומנט כוח:
 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט:
 $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)
GOOL

תנ"ז:
 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי
 עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:
 $|\vec{L}| = mvd$
 כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
 v - המהירות.
הקשר בין תנ"ז:
 $\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
למומנט כוח:
חוק שימור התנע הזוויתי:
 אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר
 תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שניע:
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פירוק לרכיבים: $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$

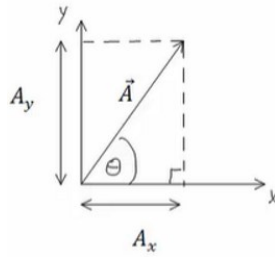
$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר:

$$\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$



כאשר $\alpha = GMm$ קבוע כלשהו. עבור הכובד $r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta}$ המסלול של גוף תחת כוח הכובד:

כאשר $\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{ma^2}}$; $r_0 = \frac{L^2}{ma}$; E היא האנרגיה הכוללת של הגוף ו- L הוא התנאי.

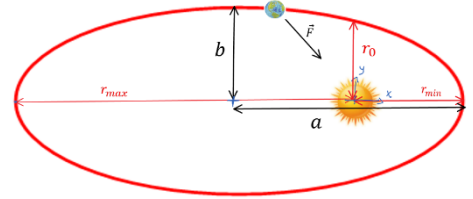
צורת המסלול מתחלקת ל-3 מקרים:

מקרה 1: מעגל $\varepsilon = 0$. במקרה הזה ניתן להשוות את

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \text{ ולקבל ש: } \frac{mv^2}{r}$$

מקרה 2: אליפסה $0 < \varepsilon < 1$

- מקור הכוח נמצא באחד ממוקדי האליפסה.



בד"כ נמצא המהירויות באמצעות שימור אנרגיה ותנאי:

$$v(r_{min}) = v_{max}; \quad v(r_{max}) = v_{min}$$

$$r_{min} = \frac{r_0}{1+\varepsilon}; \quad r_{max} = \frac{r_0}{1-\varepsilon}; \quad \varepsilon = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}}$$

$$a = \frac{r_{min} + r_{max}}{2} = \frac{r_0}{1-\varepsilon^2} = -\frac{\alpha}{2E}; \quad b = \frac{r_0}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$$

שטח האליפסה: $S = \pi ab$

מקרה 3: היפרבולה $\varepsilon \geq 1$ (פרבולה כאשר $\varepsilon = 1$):

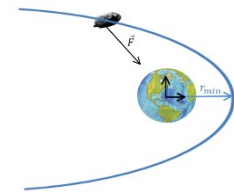
$$v(r_{min}) = v_{max}$$

מהירות מילוט -

המהירות הדרושה להגיע

לאינסוף.

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$



אנרגיה פוטנציאלית אפקטיבית:

בבעיות שבהן האנרגיה הפוטנציאלית תלויה רק ב- r ניתן לרשום את האנרגיה הכוללת של הגוף כתלות

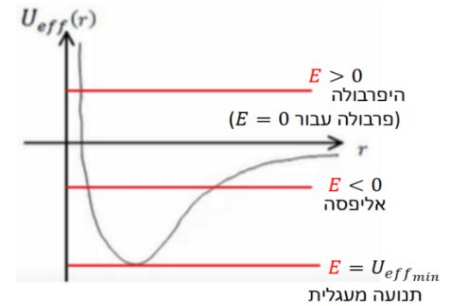
במשתנה r בלבד.

$$E = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + U_{eff}(r)$$

$$U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + U(r)$$

כאשר:

$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} \text{ נקבל את הגרף הבא עבור } U_{eff}:$$

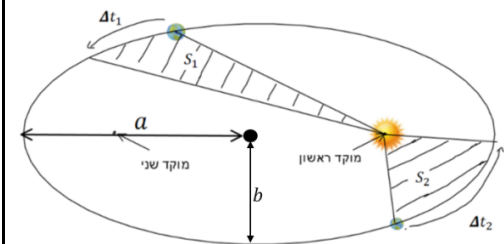


חוק 1 של קפלר: צורת המסלול של כל כוכב לכת סביב השמש היא אליפסה, שהשמש נמצאת באחד ממוקדיה.

החוק 2 - חוק השטחים השווים: הקו שמחבר את כוכב הלכת עם השמש (רדיוס המקום) מכסה שטחים שווים במרחקים שווים. מעבר לכך ניתן להגיד שגם אם הזמנים לא שווים היחס של השטח חלקי הזמן קבוע.

$$\frac{S_1}{\Delta t_1} = \frac{S_2}{\Delta t_2} = \frac{S_T}{T}$$

$S_T = \pi ab$ - שטח כל האליפסה, a/b - מחצית הציר הראשי/משני של האליפסה, T - זמן המחזור



$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$$

חוק 3 קפלר:

M - מסת הכוכב שבמוקד

במקרה של מערכת בינארית שבה שני הכוכבים זזים

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{G(m_1 + m_2)}$$

הנוסחה היא: