

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

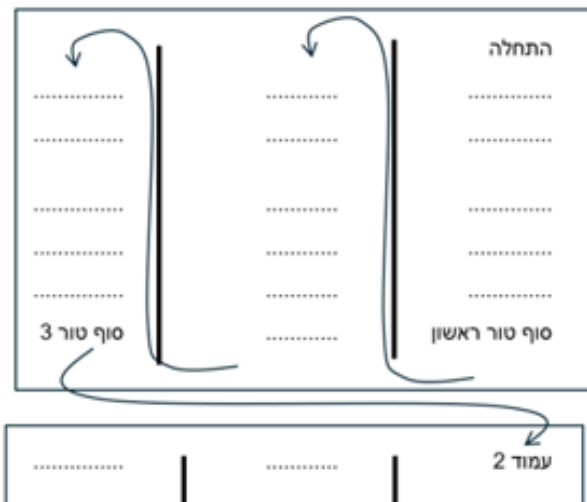
מבנה הדף:

הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.



כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

בתוך החומר: $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

וקטור העתקה: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים (בד"כ בשאלות): $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

חומר איזוטרופי: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

חומרים דיאלקטריים **GOOL**

הגדרת הקיבול: $C = \frac{|q|}{|V|}$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

קיבול של קבל לוחות: $d \ll \sqrt{A}$ - מרחק בין הלוחות, A - שטח כל לוח.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

שדה בתוך קבל לוחות: σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

קיבול של קבל גלילי: a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד: $C' = kC_0$

k (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה): $C_T = C_1 + C_2$

כאשר $Q_T = Q_1 + Q_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בד"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

$$U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

אנרגיה האגורה בקבל:

$$W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$$

העבודה שמבצעת הסוללה: Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

כוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$$

כוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל **GOOL**

מעגל טעינה:

משוואות המתחים:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

בהתחלה ($t=0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס

והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$

לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

ההספק בנגד: $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \mathcal{E} - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

$\mathcal{E}$ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

ג - נגיד זרם לכל חוט במעגל.

נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).

נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.

נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרטות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$$

$$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$$

$$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, Δ_1 :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:

2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.

עבור מעגל 1 בדוגמה:

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$$

3. נפתור את מערכת המשוואות

חומרים דיאלקטריים **GOOL**

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים מחוץ לחומר.

$\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

ϵ_r או k - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בד"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free1}$$

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים:

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

קשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

$$W = 0 + q_2 \frac{kq_1}{r_{12}} + q_3 \left(\frac{kq_1}{r_{13}} + \frac{kq_2}{r_{23}} \right)$$

- דרך 2: נסכום את האנרגיה של כל זוג מטענים במערכת. במקרה של שלושה מטענים:

$$W = \frac{kq_1 q_2}{r_{12}} + \frac{kq_1 q_3}{r_{13}} + \frac{kq_2 q_3}{r_{23}}$$

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת **GOOL**

$$U = \sum \frac{1}{2} \varphi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.

בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$$

μ_E נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית

זרם מתח והתנגדות **GOOL**

הזרם הוא כמות המטען שעוברת ביחידת זמן

חישוב זרם קבוע או ממוצע:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

I הוא סקלר אבל כיוון הזרם נקבע לפי כיוון תנועת המטענים החיוביים.

- היחידות הסטנדרטיות של זרם הם אמפר $1A = 1C/sec$

- בגרף של $I(t)$ סך המטען שעבר הוא השטח מתחת לגרף.

- בגרף של $q(t)$ שיפוע הגרף שווה לזרם. אם הגרף לינארי ניתן לרשום:

$$q(t) = I \cdot \Delta t + q_0$$

מהירות סחיפה:

$$I = n_e A q_e v_d$$

n_e - מספר האלקטרונים ליחידת נפח.

A - שטח חתך של המוליך. q_e - מטען האלקטרון.

v_d - מהירות הסחיפה (מהירות ממוצעת של האלקטרונים במוליך)

מהירות האות החשמלי היא המהירות שבה ההשפעה של שינוי במקום אחד במעגל מגיעה למקום אחר (לדוגמה, המהירות שבה תידלק נורה נוצרת מנוצחה מהדלקה של מתג).

מהירות האות החשמלי היא מהירות האור והיא גדולה בהרבה ממהירות הסחיפה.

מקור מתח מבצע עבודה במעגל חשמלי סגור וגורם לתנועה של המטענים (זרם). המקור אינו מוסיף מטענים למעגל.

חוק אוהם:

$$V = IR$$

V - מתח על הרכיב. I - זרם ברכיב. R - התנגדות הרכיב.

נגד: מוליך שההתנגדות שלו גדולה בהרבה מן החוטים.

תלות ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \frac{l}{A} \cdot \rho$$

l - אורך הנגד (הדרך שהמטענים עושים בנגד).

A - שטח חתך, שטח בנגד המאונך לכיוון הזרם.

ρ - התנגדות סגולית, תכונה שתלויה בסוג החומר ובטמפרטורה ונתונה בטבלאות.

ההתנגדות של נגד משתנה:

$$R(x) = \rho \cdot \frac{x}{A} = rx$$

כאשר x הוא אורך הנגד (המשתנה)

r - התנגדות ליחידת אורך (בדרך קבוע) ביחידות של אוהם למטר.

כא"מ ומתח הדקים בסוללה לא אידיאלית: $\mathcal{E} = V + Ir$

$\mathcal{E}$ - כא"מ, המתח המקסימאלי של הסוללה.

V - מתח הדקים. r - התנגדות פנימית. I - זרם בסוללה.

נוסחה נוספת למתח הדקים עם ההתנגדות השקולה (R_T):

$$V_{\text{הדקים}} = \frac{\mathcal{E} R_T}{R_T + r}$$

מעגלי זרם ישר **GOOL**

זרם:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

- כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

$$\text{בטור: } R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

$$\text{במקביל: } \frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$$

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

GOOL

מומנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי $\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$: $\vec{\mu} = I\vec{A}$

I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה.

כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם. השדה שיוצרת דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי

הדיפול: $\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי

חיצוני: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי

חיצוני: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

GOOL

השראות

ההשראות ברכיב: $L = \frac{\Phi_B}{I}$

Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו-I הזרם ברכיב. ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בדי"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

1. נניח שזרם זרם I ברכיב.

2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.

3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.

4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל: $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו-a רדיוס טבעת

כא"מ ברכיב עם השראות L: $\varepsilon = -L\dot{I}$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

$U_L = \frac{1}{2} LI^2$

האנרגיה האגורה בשדה המגנטי: $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$

- את האינטגרל עושים על כל המרחב.

- זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).

- ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות

האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).

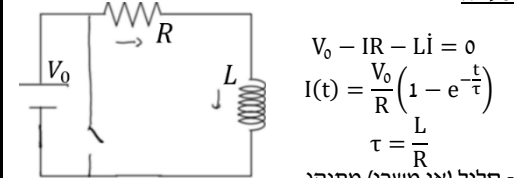
המתח על סליל (משורר) במעגל: $V_L = L\dot{I}$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

GOOL

מעגלי RL

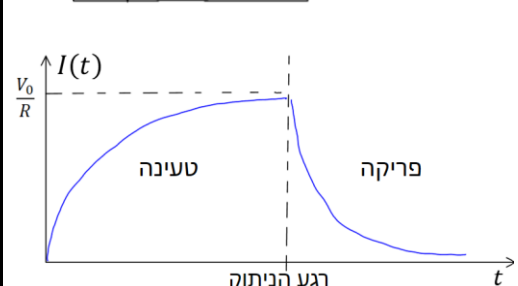
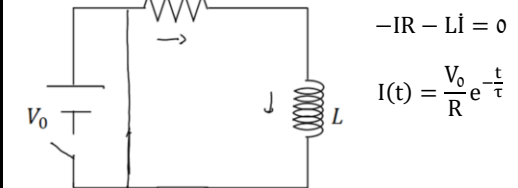
טעינה:



- סליל (או משורר) מתנהג

בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:



חיבור סלילים (משוררים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \dots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$

במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

GOOL

השראות הדדית

השראות הדדית: $M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.

2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.

3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.

4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$

ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי: $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

GOOL

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית; הצורה האינטגרלית:

1. חוק גאוס $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV$

2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\varepsilon = -\dot{\Phi}_B$

4. $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

GOOL

גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):

$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$

c היא מהירות האור כאשר $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0$

- למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.

- המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$\vec{\nabla}^2 E_x = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_x}{dt^2}$ $\Rightarrow$ $\vec{\nabla}^2 E_y = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_y}{dt^2}$ $\Rightarrow$ $\vec{\nabla}^2 E_z = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_z}{dt^2}$

כנל: $\vec{\nabla}^2 E_x = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_x}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 E_y = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_y}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 E_z = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 E_z}{dt^2}$

- תזכורת ללאפליסאן: $\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ היא התדירות הזוויתית

כאשר f היא התדירות בהרץ ו-T הוא זמן המחזור.

- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .

איך למצוא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$; $\vec{E} = c \vec{B} \times \hat{k}$

צורת הגל במרחב:



השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא):

$\omega = c|k|$ יחס הדיספרסיה:

היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואות הגלים.

פתרון נוסף (עם פלוס): $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל- $\vec{k}$