

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$
 $\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.
 שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.
 הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:
 $\vec{F} = q \vec{E}$
 שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)
 חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען צפופה:
 נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x , y , z) בנפרד.
 אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$
 כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל
GOOL
 הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ או $\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$
 אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\varphi$
 מתח: $V = \Delta\varphi$
 העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$
 עבודה לחיזוי מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta\varphi$
 פוטנציאל של מטען נקודתי:
 $\varphi = \frac{kq}{r}$
 מוליכים:
 - המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.
 - במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.
 - על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.
 - במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.
 - הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).
 הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל. שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).
 2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\varphi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)
 דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.
 מומנט דיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$
 כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.
 הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:
 $\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$
 השדה של דיפול במרחק גדול:
 $\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$
 מומנט דיפול של מערכת מטענים:
 $p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$
 מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:
 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
 אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:
 $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
 כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:
 $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = -\vec{\nabla} U$
 השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

דיפול חשמלי
GOOL
 דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.
 מומנט דיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$
 כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.
 הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:
 $\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$
 השדה של דיפול במרחק גדול:
 $\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$
 מומנט דיפול של מערכת מטענים:
 $p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$
 מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:
 $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
 אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:
 $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
 כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:
 $\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = -\vec{\nabla} U$
 השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).
מציאת התפלגות מטען
GOOL
 למצא צפיפות נפחית נעשה:
 $\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$
 למצא צפיפות משטחית:
 $\sigma = \epsilon_0 \Delta \varphi$
 כאשר $\Delta \varphi$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.
 מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$ (בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.
 צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$ (בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.
 אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)
אנרגיה הדרושה לבניית מערכת
GOOL
 $U = \sum \frac{1}{2} \varphi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$

$\vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$
 בגליליות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$
 בכדוריות (*):
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$
 (* שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x במערכות צירים צריך להתקיים:
 $\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$; $\hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{\varphi}$; $\hat{r} \times \hat{\varphi} = -\hat{\theta}$
 זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:
 $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$
 $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
 $(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$
 $\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$
 גרדיאנט בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
 גרדיאנט בגליליות:
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
 בכדוריות (*):
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$
 דיברגנט בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
 בגליליות:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
 בכדוריות:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$
 רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$
 בגליליות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$
 בכדוריות (*):
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$
 (* שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x זהויות של אופרטורים:
 $\vec{\nabla}(f+g) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$
 $\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A})\vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})\vec{A}$
 $\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B})$
 $\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A})$
 $\vec{\nabla}(f \cdot g) = (\vec{\nabla}f) \cdot g + (\vec{\nabla}g) \cdot f$
 $\vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}f)$
קבועים
GOOL
 מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:
 $m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$; $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$
 מטען הפרוטון והאלקטרון:
 $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C = e = -q_e$
 מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k :
 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$
חוק קולון
GOOL
 חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:
 $\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$
 $\hat{r}$ וקטור מ- q_1 אל q_2 , $|r| = r$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$
 השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

מבוא מתמטי
GOOL
 קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $dl = dr / r d\theta$ (טבעת)
 $ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)
 $dv = r dr d\theta dz$ (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)
 קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)
 $z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$
 $ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (מעטפת כדור)
 $dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)
 צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:
 $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
 וקטור יחידה:
 $\vec{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
 מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$
 α - זווית בין הוקטורים.
 תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
 - מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.
 וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
 $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$
 - פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$
 פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:
 $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
 $(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$
 זווית בין שני וקטורים:
 $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$
 מכפלה וקטורית:
 דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:
 $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$
 דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:
 $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$
 גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$
 וכיוון לפי כלל יד ימין
 שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!
 גרדיאנט בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
 בגליליות:
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
 בכדוריות (*):
 $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$
 רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפרוטנציל שהם נמצאים בו.
 - בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

חומרים דיאלקטרים
חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
 השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.
 $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).
 ϵ_r או ϵ_r - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$
צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free \perp}$$

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

צפיפות המטען הכוללת:
צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישור של הדיפולים.
 $\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

פ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:
 $\vec{P} = N \vec{p}_1$
 $\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
 N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$

מומנט הדיפול הכולל בחומר:
 $\vec{p} = \int \vec{P} dV$
הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
בתוך החומר:
 $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$
וקטור העתקה:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in f}$$

בחומרים לינארים (בדר"כ בשאלות):
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
חומר איזוטרופי:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$
מגדלי זרם ישר

זרם:
 $I = \frac{dq}{dt}$
 - כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.
חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם **בנגד:**
 $V = IR$
חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:
 $R_T = R_1 + R_2$
 כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$V_T = V_1 + V_2$
 $I_T = I_1 = I_2$
 כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.
חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
 $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $I_T = I_1 + I_2$
 $V_T = V_1 = V_2$

- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממושיכות באופן דומה:
 בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
 במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד:
 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
 $P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.
נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות
מקור מתח לא אידיאלי:
 $V = \epsilon - Ir$
 V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
 r - ההתנגדות הפנימית.
חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
 - נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
 - נפתור את מערכת המשוואות.

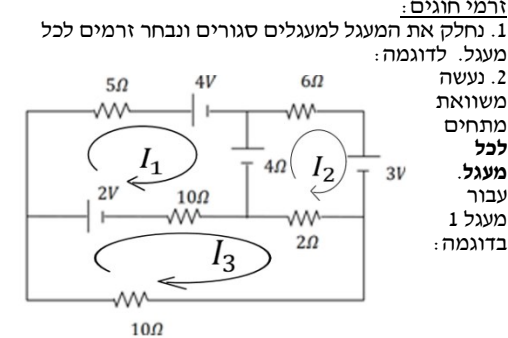
שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$
 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

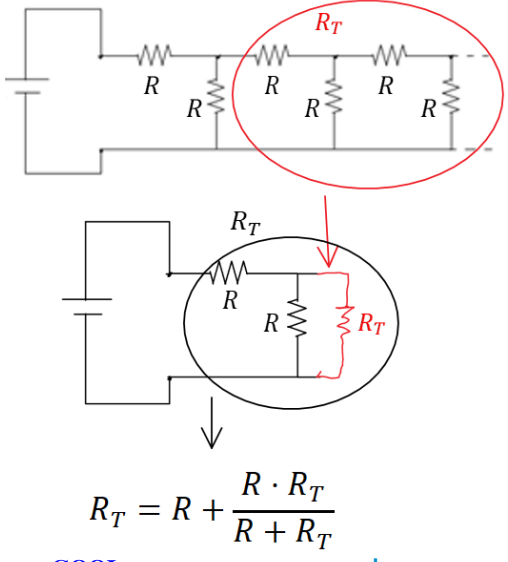
$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

 Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{5} & 8 \\ 2 & \mathbf{1} & 9 \\ 4 & \mathbf{3} & -7 \end{vmatrix}$$



3. נפתור את מערכת המשוואות
מעגלים אינסופיים:
 נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.
 נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל ב R_T
 - נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T



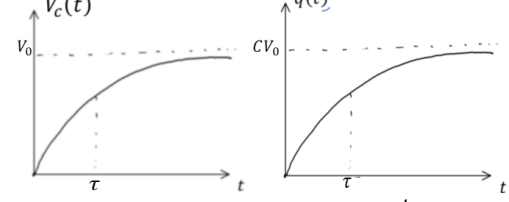
חומרים דיאלקטרים
הגדרת הקיבול:
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
 $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
שדה בתוך קבל לוחות:
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$
 σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.
 V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.
קיבול של קבל גלילי:
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{a}{b}}$
 a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
 L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.
הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
 $C' = k C_0$ (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):
 $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
 $C_T = C_1 + C_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$
שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות
 ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)
שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:
 א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

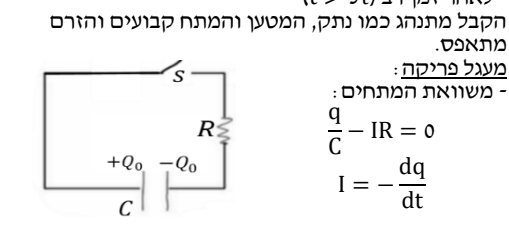
אנרגיה האגורה בקבל:
 $U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
העבודה שמבצעת הסוללה:
 $W_S = \Delta q V_S = -2 \Delta U_C$
 Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוהי המטען שקיבל הקבל)
כוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:
 $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$
 הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:
משוואות המתחים:
 $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = \frac{dq}{dt}$
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):
 $q(t) = CV_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; $V_C(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
 $\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
 - בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$
 - לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.
מעגל פריקה:
משוואות המתחים:
 $\frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = -\frac{dq}{dt}$



המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):
 $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $Q_0 = CV_0$
הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:
מעגלים אינסופיים בקבלים: ראו מעגלים אינסופיים במעגלי זרם ישר.

מבנה הנגד וצפיפות זרם
התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:
 $R = \rho \frac{L}{S}$
 ρ - ההתנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
 L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
 S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב ההתנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

השראות הדדית:

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$ ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

יחס המתחים בשנאי:

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC:

$$\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$$

ו- $I = -\dot{q}$ (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

$$q(t) = A \cos(\omega t + \varphi) ; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$$

האנרגיה האגורה במעגל:

(האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC:

משוואת המעגל:

$$I = -\dot{q} - \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$\Gamma = \frac{R}{2L}$$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$$

בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר

משולשת המקרים.

מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \varphi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל)

$$E \propto e^{-2\Gamma t}$$

דועכת בקצב כפול:

(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

מעגלים עם מקור מתח חילופין:

משוואת המעגל:

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$$

ו- $I = \dot{q}$ (ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.

פתרון המשוואה:

$$I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \varphi) +$$

הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דוֹעַךְ בזמן.

הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) ב"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$

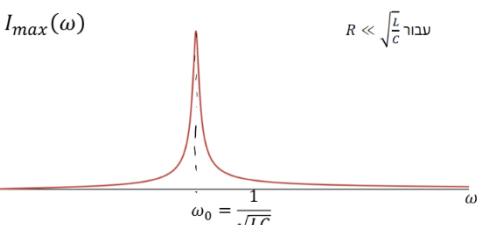
$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

התודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.

שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. התודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.

- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך

$$L \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

פתרון עם מספרים מורכבים:

אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \varphi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$$

(בדרכי לא רושמים את הגל) בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן

פאזורים: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית.

הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרכי מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$

$$Z = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}}$$

העכבה Impedance:

תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע). הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב:

$$\varphi_z = \varphi_v - \varphi_i$$

$$|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$$

הגודל של העכבה:

רכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	$i\omega L$	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	$\frac{1}{i\omega C}$	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:

$$\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$$

ו- $\tilde{V}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).

ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} ; \quad V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

הספק רגעי:

$$P(t) = V(t)I(t)$$

לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

$$\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \varphi$$

כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.

$\cos \varphi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s} ; \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\epsilon = -\dot{\phi}_B$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s} ; \quad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} ; \quad \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$$

c היא מהירות האור כאשר $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$

למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.

- המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2} ; \quad \vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2} ; \quad \text{כנל } z$$

תזכורת ללאפליסאן: $\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

ω היא התדירות הזוויתית

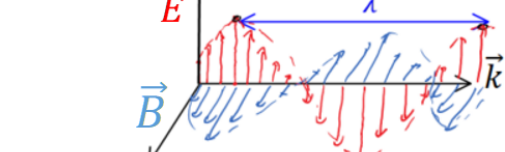
כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.

- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .

איך למצוא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E} ; \quad \vec{E} = c \vec{B} \times \hat{k}$$

צורת הגל במרחב:



השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

$$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא):

$$\omega = c|k|$$

יחס הדיספרסיה:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$$

פתרון נוסף (עם פלוס):

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $\vec{k}$