

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד)

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$
תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$
 $v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$
שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
- השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות ($Speed$): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

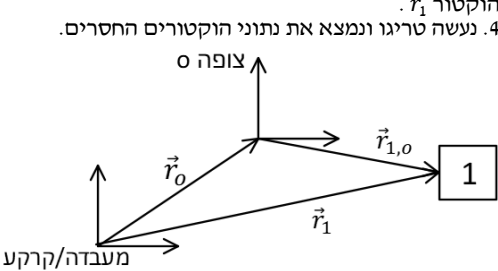
הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$
 γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

- אינטגרל היא פעולה הפוכה לגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים - מצביים בגבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.
- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק **האם וקטורים מאונכים**.

פתיחת סוגרים והעלאה ברביע:

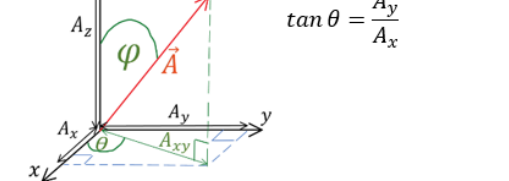
$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
 $(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רטור (Rot/Curl):

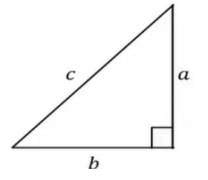
$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} +$

מבוא מתמטי

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$



$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



$dl = dr/rd\theta$ (טבעת) / dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

$dv = r d\theta dr dz$ (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr/rsin\varphi d\theta/r d\varphi$

$ds = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi$ (מעטפת כדור)

$dv = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות **נגזרות ואינטגרליים:**

נגזרת של מכפלה: $y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

- כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

משפט היסודיים (לכל סוגי המשולשים):

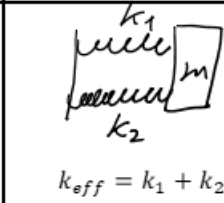
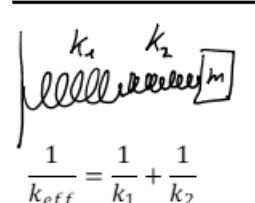
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)	GOOL

חדר בתנועה מעגלית: $S = \Delta \theta \cdot R$

חדר בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שנייה הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית ($speed$): $v(t) = \frac{ds}{dt}$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{רדיאלית}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|v|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$

כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$

בכיוון החוצה מהמעגל.

שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיבים אליה ממשוואות הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור בתוך נוזל**:

$\vec{F}_b = -6\pi\eta R \vec{v}$ - רדיוס הכדור R

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$ העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית

כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:

$W_c = -\Delta U$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$U_g = mgh$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:

$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

- חוץ מ- U_{el} ו- U_g יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית: $E = E_k + U$

U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבניה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים חוץ שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה דו-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$, בדוגמה $dy = 5x^4 dx$.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x)

נקודת שיווי משקל מתיקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה מומדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות: $\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$

כאשר out מצייין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מצייין את זה שמושקע.

מתקף ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לכלול עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$

אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של ההתנגשות נרשום:

$v_1 + u_1 = v_2 + u_2$

התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי **מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות**: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.

התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$

בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.

התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

קבועים

מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:

$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg$; $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$

משטח הפרוטון והאלקטרון:

$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C = e = -q_e$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k :

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$; $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$

$\hat{r}$ וקטור מ- q_1 אל q_2 , $|\vec{r}| = r$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\hat{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$\vec{F} = q \vec{E}$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה: נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x , y , z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda dl = \sigma ds = \rho dv$

כאשר dv ו- ds הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ או $\phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\phi$

מתח: $V = \Delta \phi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta \phi$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta \phi$

פוטנציאל של מטען נקודתי: $\phi = \frac{kq}{r}$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה: חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה: $\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$

למצא צפיפות משטחית: $\sigma = \epsilon_0 \Delta \phi$

כאשר $\Delta \phi$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi \epsilon_0 \alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

מעגלי זרם ישר

זרם: $I = \frac{dq}{dt}$

- כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם: הקשר בין המתח לזרם **בנגד**: $V = IR$

חיבור נגדים בטור: נגדים עם זרם זהה: $R_T = R_1 + R_2$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$V_T = V_1 + V_2$
 $I_T = I_1 = I_2$

כאשר I_T ו- V_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל: נגדים עם מתח זהה:

$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $I_T = I_1 + I_2$
 $V_T = V_1 = V_2$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיות באופן דומה:

בטור: $R_T = \Sigma R_i$, $V_T = \Sigma V_i$, $I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \Sigma \frac{1}{R_i}$, $I_T = \Sigma I_i$, $V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי: מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

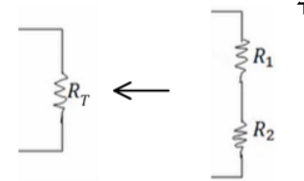
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי: מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

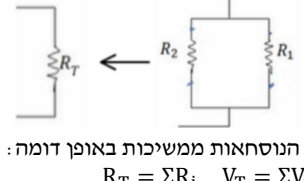
ההספק בנגד: $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

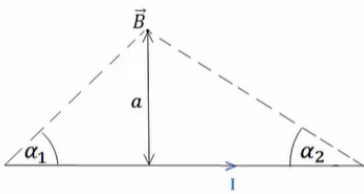
נתן: מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר: מצב בו אין התנגדות





- במרכז
התיל
B =



$$\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\frac{1}{(\frac{L}{2})^2 + a^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$



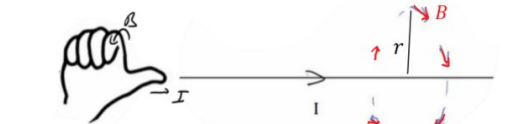
חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$

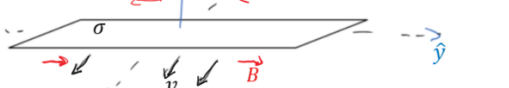
- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.
המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי.
3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

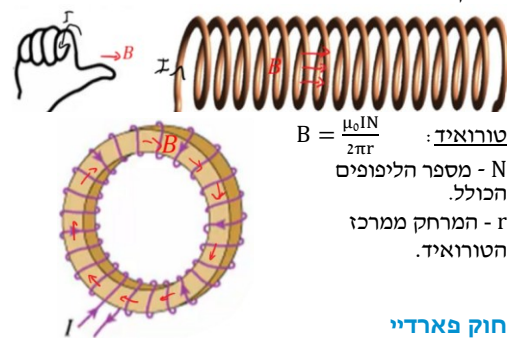
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
שדה של מישור אינסופי: $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$
עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 n I$
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד: $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

- N מספר הליפופים
- r המרחק ממרכז
הטורואיד.

חוק פאראדי

חוק פאראדי: $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

- יחידות הקיבול הן Farad: $1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$
סוגי קבלים נפוצים: קבל לוחות, קבל כדורי וקבל גלילי.
בד"כ נעסוק בקבלים עם שני לוחות (קבל לוחות).

הקיבול של קבל לוחות: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

- A שטח כל לוח. d - המרחק בין הלוחות.
תכונת הקיבול: הקיבול תלוי רק במבנה הגיאומטרי (אף פעם לא יהיה תלוי במטען על הקבל או במתח שנופל עליו) לכן הוא תמיד קבוע במעגל (אלא אם משנים את המבנה).
סימון הקבל במעגל: $\text{---}||\text{---}$
לאחר שעבר זמן רב הקבל מתנהג כמו נתק במעגל: כאשר מחברים קבל למקור הוא מתחיל לאגור מטען, תהליך זה נקרא טעינה. התהליך נפסק כאשר המתח בקבל שווה והפוך למתח המופעל עליו, ברגע זה כבר לא יזרום זרם דרך הקבל. והקבל מתנהג כמו נתק במעגל.

חיבור קבלים במקביל: $C_T = C_1 + C_2$
התנאי לחיבור במקביל הוא שהמתח על הקבלים זהה (וזה גם המתח על הקבל השקול)
- המטען על הקבל השקול שווה לסכום המטענים על כל הקבלים.

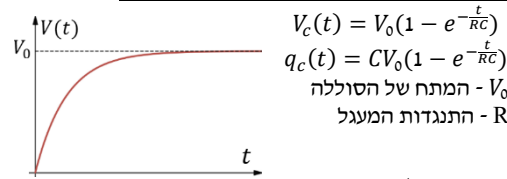
חיבור קבלים בטור: $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
התנאי לחיבור בטור הוא שהמטען על כל הקבלים זהה (וזה גם המטען על הקבל השקול).

המתח על הקבל השקול שווה לסכום המתחים של כל הקבלים

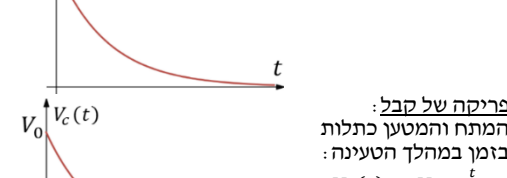
אנרגיה האגורה בקבל: $U_c = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$
העבודה שמבצעת הסוללה לטעינת קבל:

חומרים דיאלקטריים בקבל: הכנסת חומר דיאלקטרי לקבל מקטינה את השדה והמתח בקבל ולכן מגדילה את הקיבול.
קיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד: $C' = \epsilon_r C_0$
- במידה והקבל אינו מלא בחומר אחיד, ניתן לפצל אותו לקבלים חלקיים, לחשב את הקיבול של כל אחד ולחבר חזר לפי החוקים של חיבור קבלים בטור או במקביל.

טעינה של קבל:
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה:
 $V_c(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
 $q_c(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$
- V_0 המתח של הסוללה
- R התנגדות המעגל



הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$



פריקה של קבל:
המתח והמטען כתלות בזמן במהלך הטעינה:
 $V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
 $q_c(t) = CV_0 e^{-\frac{t}{RC}}$
- V_0 המתח ההתחלתי (המטען ההתחלתי $Q_0 = CV_0$)
- הזרם כתלות בזמן זהה לטעינה.
זמן אופייני: $\tau = RC$, נהוג להגיד שלאחר זמן של 5τ הקבל טעון/פרוק לגמרי

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
r הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.
dI הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$

מקור מתח לא אידיאלי: $V = \epsilon - Ir$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.
 ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
r - ההתנגדות הפנימית.

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד: $R = \rho \frac{L}{A}$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר.
L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
A - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד.
חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
- נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות): $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגניות (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

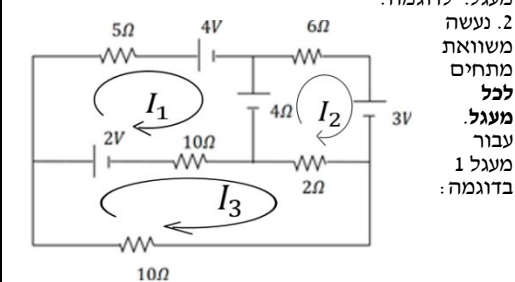
$$\begin{cases} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהחלפה בה העמודה i בעמודות התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

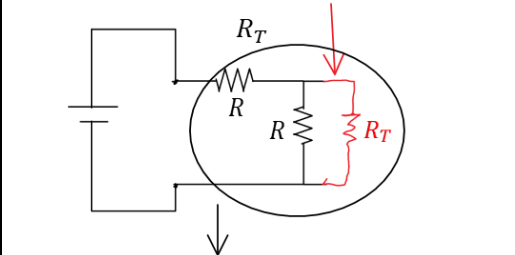
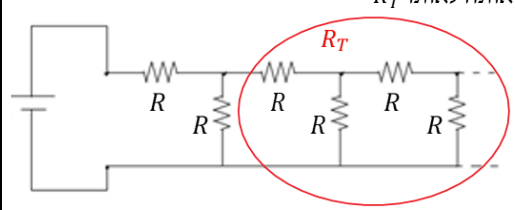
זרמי חוגים

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:



2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
נפתור את מערכת המשוואות מעגלים אינסופיים: $5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$

3. נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.
נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל R_T
- נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T



$$R_T = R + \frac{R \cdot R_T}{R + R_T}$$

קבלים

קבל הוא רכיב חשמלי היכול לאגור מטען. קיבול הוא היחס בין המטען על הקבל לבין המתח בו הוא נמצא.

הנוסחה הבסיסית של קבל (הגדרת הקיבול): $C = \frac{Q}{V}$

C - הקיבול של הרכיב. V - המתח בין שני החלקים.

Q - המטען על הלוח החיובי.

קבוע רידברג: $R^* = \frac{2\pi^2 k^2 m_e e^4}{h^2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 eV$

$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ – קבוע קולון.

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ – קבוע הפרמטיביות של הריק.

רדיוסי המסלולים המותרים של האלקטרון באטום מימן:

$$r_n = r_1 n^2 ; r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} = 0.529 \text{ \AA}$$

r_1 – רדיוס הבסיס של האלק'



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\epsilon = BLv \sin \alpha$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

גלים והתאבכות גלים

מהירות גל מחזורי: $v = \lambda f$

λ – אורך הגל. f – תדירות הגל.

חוק השבירה: $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

θ – הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.

n – מקדם השבירה של כל תווך.

v – מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים: $\ell = n \frac{\lambda}{2}$

ℓ – אורך המיתר. n – מספר נקודות הקמר (מקסי/ מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר)

שווי-מופע: $\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n

n – סדר קו המקסימום. λ – אורך הגל.

d – המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .

λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג: $\frac{\Delta x}{L} = \frac{\lambda}{d}$

Δx – רוחב פס האור. L – מרחק האנך למסך מהחריצים.

λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$

θ_n – הזווית למקסימום מסדר n .

d – המרחק בין שני חריצים צמודים. N – קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד: $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$

θ_n – הזווית למינימום מסדר n .

X_n – מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי.

L_n – המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .

w – רוחב החריץ.

האפקט הפוטואלקטרי

אנרגיה של פוטון: $E_{ph} = hf$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ הוא קבוע פלאנק. f – תדירות הפוטון.

ניתן לקבל את האנרגיה באלקטרון וולט על ידי הצבה של אורך הגל λ באנגסטרם ($\text{\AA}$) או בננומטר (nm):

$$E(eV) = \frac{12400}{\lambda(\text{\AA})} = \frac{1240}{\lambda(nm)}$$

האטום - התפתחות היסטורית ומודל בוהר

הנחות בוהר: $m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$; $E_{ph} = |E_f - E_i|$

m_e – מסת האלק'. v_n – מהירות האלק' ברדיוס מסדר n .

r_n – הרדיוס ה- n . n – מספר חיובי שלם $n = 1, 2, 3, \dots$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ הוא קבוע פלאנק.

E_{ph} – אנרגיית פוטון שנפלט/נבלע.

E_i ו- E_f הן אנרגיות האלק לפני ואחרי התהליך.

רמות אנרגיה באטום מימן: $E_n = -\frac{R^*}{n^2}$ ($U_\infty = 0$)