

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

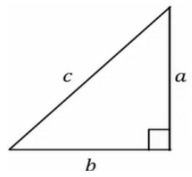
כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ליד ניצב}}$$



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}; \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x; \frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x; \frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

וקטור יחידה:

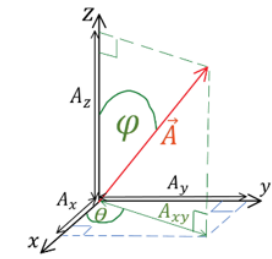
$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}; \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x

תנועה במישור - בליסטיה

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$$

וקטור המיקום:

$$\Delta \vec{r} = \Delta x \hat{x} + \Delta y \hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$$

העתק:

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

מהירות ממוצעת או קבועה:

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית

v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה

קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta) t; v_x(t) = v_0 \cos(\theta)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta) t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$$

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז $a_y = -g$

יתכן תאוצה גם בציר ה-X לדוגמה במקרה של רוח

אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות

של תאוצה קבועה.

שיא גובה $(v_y(t) = 0)$:

$$t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$$

$$t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$$

$$y_0 + \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g} = y_0 + \frac{v_0^2 \sin^2(\theta)}{2g}$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע):

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של $y(x)$. על מנת למצוא

משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של $x(t)$ ומציבים

ב- $y(t)$.

תנועה בקו ישר (מימד אחד)

מהירות רגעית:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

מהירות ממוצעת:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

תאוצה רגעית:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

תאוצה ממוצעת:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

קשרים הפוכים:

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז

צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2; v(t) = v_0 + a t$$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):

השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן

שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי

(אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).

השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה

לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

וקטור המיקום:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

וקטור ההעתק:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity):

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

וקטור המהירות הרגעית (velocity):

וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

וקטור התאוצה הרגעית:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.

סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן

למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן

מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt}$; $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt}$

התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק

למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית:

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך

למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות:

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

תנועה יחסית (טרנס' גלילי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2; \vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2; \vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים

מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל

והכיוון שלהם).

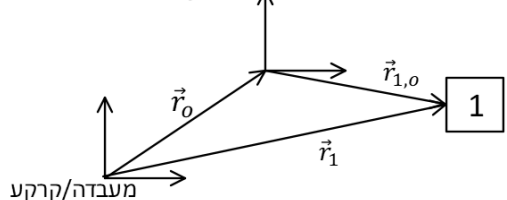
2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי

הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של

הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגונומטריה ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.

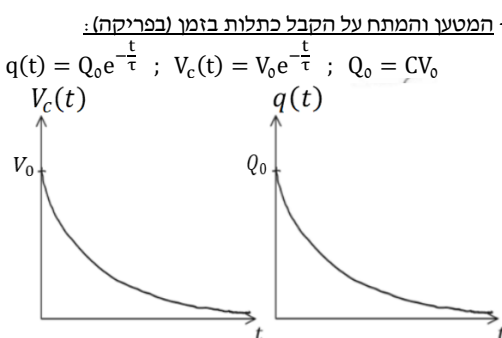
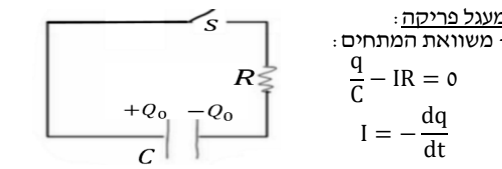
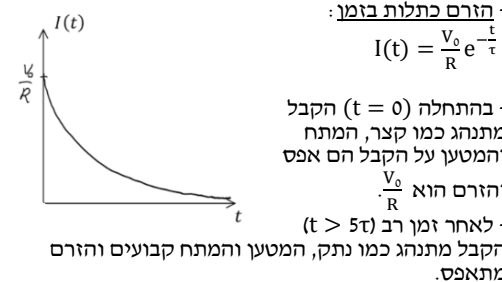
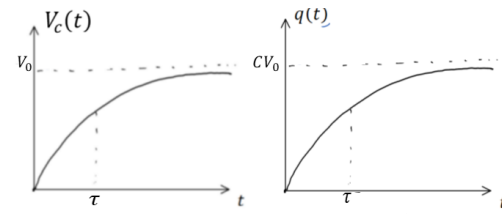


משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):



הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה: $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

מומנט התמד	
גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)	$I = \sum m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$	
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הצורה : משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות : ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$	
גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$	
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$	
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$	
מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$	
מוט בקצה: $I = \frac{1}{3} mL^2$	

התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה התנע הרגילה.

הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x: $m_1 x_1 + m_2 x_2 = x_{c.m.} (m_1 + m_2)$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta \theta \cdot R$

הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|v|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$

כאשר θ - נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$

בכיוון החוצה מהמעגל.

שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה: $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

משוואת המתחים: $I = \frac{dq}{dt}$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה): $q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; $V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל: $k_{eff} = k_1 + k_2$

חיבור בטור: $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

קשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית: $W_{SF} = \Delta E_k$

העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף $E_k = \frac{1}{2} mv^2$ אנרגיה קינטית

כוח משמר: $E = E_k + U$

העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה.

העבודה במסלול סגור מתאפסת.

יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2} kx^2$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

חוק מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית: $E = E_k + U$

סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה: אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת העבודה של כוח לא קבוע: $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בדי-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$. בדוגמה (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר: אם ורק אם $\vec{F} \times \vec{v} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

הספק ונצילות

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{W_{in}}$

כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה: $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$

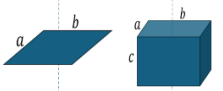
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.

משוואת שימור התנע הופכת ל- $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.

רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

משוואת שימור התנע הופכת ל- $(m_1 + m_2) \vec{v} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

GOOL

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$
אנרגיה קינטית סיבובית: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
 - סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
 טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה בקו ישר	תנועה סיבובית
x	θ
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\theta}$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$
m	I
p	L
F	τ

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $v_{c.m.} = \omega R$; $a_{c.m.} = \alpha R$
 - בגלייה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.
איך נגשים לשאלות?

דרך כוחות ומומנטים	חוקי שימור
עושים: 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$ 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I \alpha$ 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$	בודקים מה נשמר: 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

GOOL

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k \vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואות הכוחות.
מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
 כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$
 כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

GOOL

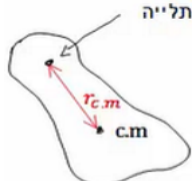
תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m \ddot{x}$
 ו- m הם קבועים חיוביים כלשהם.
 x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שנייה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k .
פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
 x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משווי המשקל.
 ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.
 ϕ - פאזה.

מצייאת הקבועים בפתרון:
 x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\text{של המקדם של } x}{\text{של המקדם של } \ddot{x}}}$$

φ, A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.
נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{max} = \omega A$
מטוטלת פיזיקאלית: גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי



$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התליה

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
 - חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

GOOL

תנועה הרמונית מרוסנת

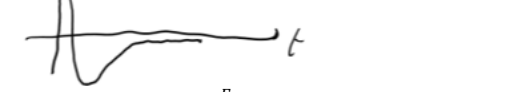
בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה: $F = -\lambda v$
 v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.
משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
 אין תנודות

$$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} \right)$$

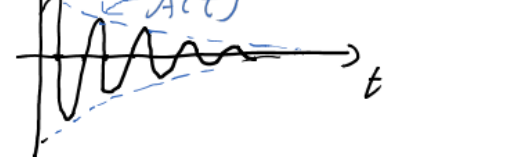
מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 $z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.



מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$$z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi); \quad \tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.



GOOL

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:
 $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

ו- F_0 קבועים כלשהם
משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$
פתרון משוואת התנועה:

$$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$$

$x_{\text{הומוגני}}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עברה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \gg \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסן)