

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0 בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
- 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.
- שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g y_0 ; t_שיא גובה = v_0 / g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)

y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g - a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0): t_שיא גובה = v_0 sin(θ) / g

שיא גובה: y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

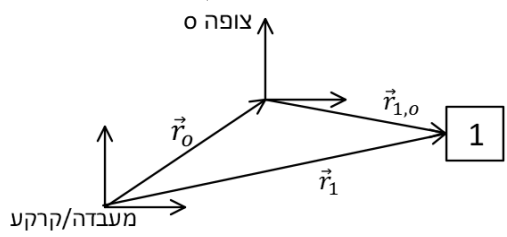
תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

r_1,2 = r_1 - r_2 ; v_1,2 = v_1 - v_2 ; a_1,2 = a_1 - a_2

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- 1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים r_1 ו-r_0 ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- 2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור r_0.
- 3. נשרטט את הוקטור r_1,0 מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור r_1.
- 4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים): c^2 = a^2 + b^2 - 2ab cos(γ)

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים): a / sin α = b / sin β = c / sin γ

γ הזווית מול הצלע c, β הזווית מול α, α הזווית מול β מהירות שמודד מד לייזר:

d / dt |r| = d / dt sqrt(x^2 + y^2) = x dot x + y dot y / sqrt(x^2 + y^2)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים:

- התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
- הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
- המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = integral v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

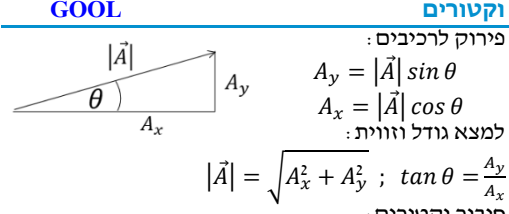
a(t) = dv/dt ; v(t) = integral a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים



פירוק לרכיבים:

A_y = |A| sin θ

A_x = |A| cos θ

למצא גודל וזווית:

|A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan θ = A_y / A_x

חיבור וקטורים:

- בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
- תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.
- בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

B = α A = (α A_x, α A_y)

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos α

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos α = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

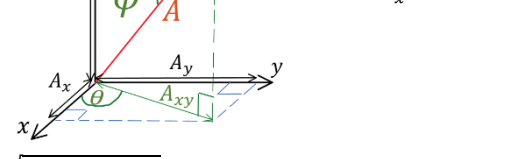
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

0 ≤ φ ≤ π

0 ≤ θ ≤ 2π

tan θ = A_y / A_x



sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) ; cos φ = A_z / |A| = A_z / sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)

פירוק לרכיבים:

A_xy = |A| sin φ ; A_z = |A| cos φ

A_x = |A| sin φ cos θ ; A_y = |A| sin φ sin θ

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A x B = | i j k |

| A_x A_y A_z |

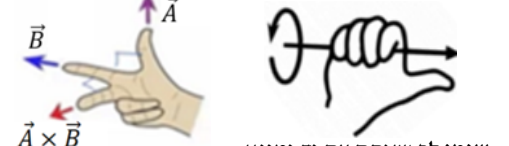
| B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

|A x B| = |A| |B| sin α

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמואל

sin α = a/c יתר

cos α = b/c ניצב ליד יתר

tan α = a/b ניצב שמואל ליד ניצב

1 / tan α = cot α = b/a ניצב שמואל

a^2 + b^2 = c^2

sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α	90° - α
tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α	90° + α
tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α	180°
tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	-α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α	-α
tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	
sin 2α = 2 sin α cos α	
cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α	α ± β
cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

m = Δy / Δx = tan α כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / (2a)

נוסחת השורשים: x_1,2 = (-b ± sqrt(b^2 - 4ac)) / 2a

מעברים בין יחידות:

קיל (k) זה 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr

מיל (m) זה 1/1000 : 1mm = 1/1000 m

ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

קוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c}

(a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

צפיפות:

צפיפות נפחית: ρ = M / V ; צפיפות משטחית: σ = M / S

צפיפות אורכית: λ = M / l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1

דרך - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

x(t) = x_0 + v(t - t_0)

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

- גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.
- השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.
- השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$m\ddot{\vec{a}} = \sum \vec{F}_{\text{אמיתיים}} - m\ddot{\vec{a}}_0$$

$\vec{a}$ היא תאוצת הגוף ביחס לצופה.

אמיתיים $\sum \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-m\ddot{\vec{a}}_0$ " הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\ddot{\vec{a}}_0$ היא תאוצת הצופה. הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

$$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$$

הכוח הצנטריפוגלי:

$$\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

או בצורה יותר כללית

$$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

כוח קוריאווליס:

כאשר בשתי הנוסחאות ω הוא של הצופה (ולא של הגוף) $\vec{v}'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.

$\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף

כוח גרר וכוח ציפה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כוח גרר הוא כוח מהצורה:

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **גוף** בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R\vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l Vg$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F\Delta x \cos \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה. אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

אנרגיה קינטית:

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי

$$W_{\Sigma F} = \Delta E_k$$

באנרגיה קינטית:

$$U_g = mgh$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.

העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה

$$W_g = -\Delta U_g$$

הפוטנציאלית הכובדית:

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):

$$U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

k הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)

האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך

כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות

פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_f + W_{NC} = E_i$ או $E_f = \Delta E$

E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות **הלא משמרים**

בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית

l - אורך החוט

θ - זווית ביחס לאנך

מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה

הנוצרת מחיכוך קינטי.

- כמות החום שנוצרת

בתהליך שווה לעבודה של

כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע

החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה

הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא וואט (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):

$$1\text{Hp} = 746\text{Watt}$$

נוסחה נוספת להספק:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.

מיקום הגוף:

$$x = R \cos \theta ; y = R \sin \theta$$

תבנית (אורך הקשת שמול הזווית):

$$S = R \cdot \Delta \theta$$

- יש להציב את שינוי

הזווית ברדיאנים

המהירות הזוויתית היא קצב

שינוי הזווית בזמן.

מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

(ביחידות של רדיאן לשנייה)

f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.

הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם

למהירות שאינן קבוע):

$$|\vec{v}| = \omega R$$

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

סכום הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר X

למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה

של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות

שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).

אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קבועה) אז

ישנה גם תאוצה משקיית. התאוצה המשקיית שווה לשינוי

גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו

ישר).

עבור תאוצה משקיית קבועה או ממוצעת:

$$a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה:

$$\Sigma F_\theta = ma_\theta$$

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:

(ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשקיית (גם עבור

תאוצה משתנה):

$$a_\theta = \alpha R$$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית

נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

האנרגיה:

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן

להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות

רצף: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות

אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה

בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא

פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור

התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית

מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה

שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה

קוראים התנגשות אלסטית **לחלוטין**.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת

מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף

שהיה במנוחה ינעל לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו

הגוף הראשון.

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה:

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x :

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

תאוצת מרכז המסה:

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיות בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה

בין מרכזי המסה.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה)

אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז

מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מומנט כוח

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

מומנט כוח:

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל

הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או

באמצעות גודל וכיוון)

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_\perp$$

גודל המומנט:

כאשר $r_\perp$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על**

הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית

(אך לא באותה מהירות קווית)

$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:

$$I' = I_{c.m.} + md^2$$

משפט שטיינר:

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת

של הגוף. **הערה:** משפט שטיינר פועל רק **לצירים**

מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק

וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

	גוף נקודתי סביב ציר סיבוב: $I = mR^2$
	טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
	מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
	מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל נקודות על הגוף**

מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא

באותה המהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה : מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R ; v_{c.m.} = \omega R$ - בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור דרך כוחות ומומנטים

עושים: 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m}$ II 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$ 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m} = \alpha R$	בודקים מה נשמר: 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.
---	--