

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

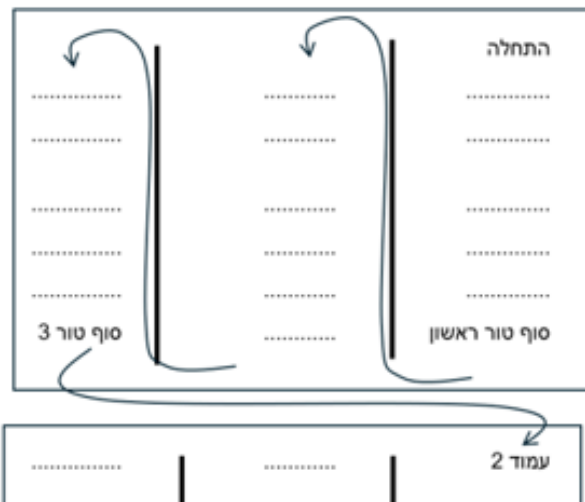
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

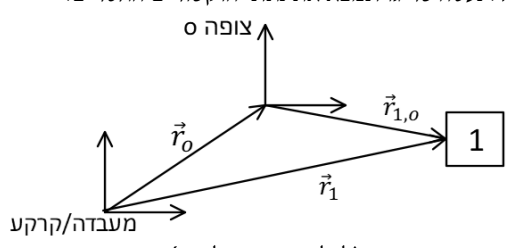
הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן
 שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי
 (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה
 לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).
תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

GOOL
 וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
 וקטור ההעתק: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
 וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
 וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
 - וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול
 וקטור התאוצה הממוצעת: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
 וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$
 גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.
 משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
 סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן
 למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן
 מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

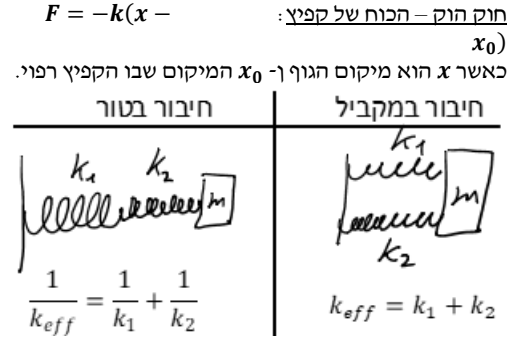
תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$; $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$
 - התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק
 למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.
 תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$
 $|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$
 - התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך
 למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.
 רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)
GOOL
 המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:
 $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$
 הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.
 שיטה שנייה - שימוש בתרשים וקטורים:
 1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאנו
 מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל
 והכיוון שלהם).
 2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.
 3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי
 הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של
 הוקטור $\vec{r}_1$.
 4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$
 γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
 משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
 γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים
GOOL
 חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$
 כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

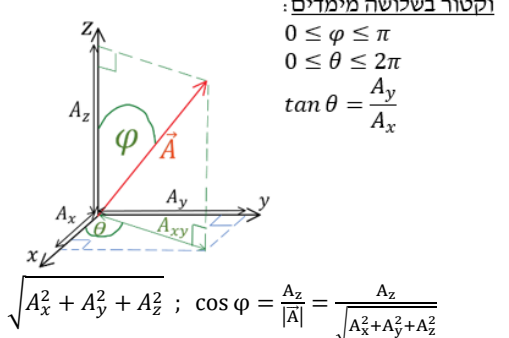


תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
GOOL
 הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta\theta \cdot R$
 - הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף
 במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש
 להציב אותה ברדיאנים!
 גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$

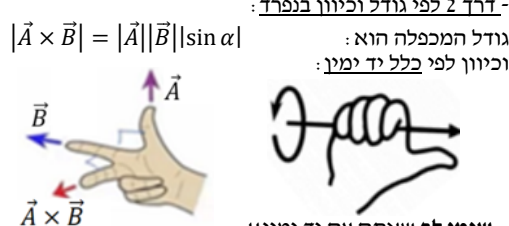
$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
 $\frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$
 אינטגרל היא פעולה הפוכה לגזרת, מבצע סכימה על
 ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.
 אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.
 אינטגרל מסוים - מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:
 $\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$
וקטורים
GOOL

פירוק לרכיבים:
 $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
 כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
 מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$
 α - זווית בין הוקטורים.
 תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
 - מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק
 האם וקטורים מאונכים.
 פתיחת סוגרים והעלאה ברביע:

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
 $(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$
 זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$
 וקטור יחידה:
 וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 מכפלה וקטורית:
 $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$
 דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
 גודל המכפלה הוא:
 $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$
 וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

תנועה בקו ישר (מימד אחד)
GOOL
 מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
 מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
 תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$
 תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$
 קשרים הפוכים:
 $x(t) = \int v(t) dt$
 $v(t) = \int a(t) dt$
 - את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז
 צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:
 $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$; $v(t) = v_0 + at$

מבוא מתמטי
GOOL
 ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
 ניצב ליד: $\cot \alpha = \frac{b}{a}$
 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:
 $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
 פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $dl = dr/rd\theta/dz$ (טבעת)
 $ds = r dr d\theta / rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)
 $dv = r dr d\theta dz$ (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)
 קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)
 $z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $dl = dr/rsin\varphi d\theta/r d\varphi$
 $ds = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi$ (מעטפת כדור)
 $dv = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)
 צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:
 $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
 אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:
 $dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$
 $dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות גזרות ואינטגרליים:
 גזרת של מכפלה:
 $y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 - כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x היא פונקציה של t אז:
 $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$
 פונקציה של t אז:
 גזרות נוספות: $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
מהירות זוויתית: f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{רדיאלית}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$ (למרכז המעגל)
תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
 כאשר h - גובה נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$
 בכיוון החוצה ממעגל.
 שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
קשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
קשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

GOOL

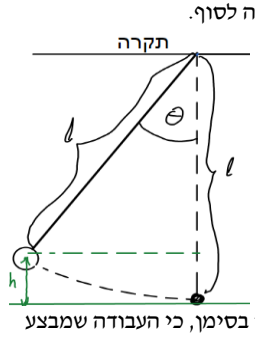
כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה: משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.
מהירות סופית: המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
 כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

GOOL

עבודה ואנרגיה
העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
 כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
 אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).
אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ): $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 Δx הוא קבוע הקפיץ
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:
 $E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $W_{NC} = \Delta E$
 E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.
 W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.
נוסחה לשינוי גובה של מטוטלת:
 $h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
 כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{f_k}$
 ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$
 היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שנייה.
יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$



תקרה
 θ
 l
 h
 θ
 חום (Q)
 האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
 כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
 הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)
העבודה של כוח לא קבוע:
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$
 בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
 דוגמה ב-2D מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.
 הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x)
מתקף ותנע
תנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
 בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשויות אלסטיות: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות התנע את המשוואה: $m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$
 אם ההתנגשויות חזיתיות (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
התנגשויות אלסטיות לא חזיתיות בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשויות תהיה 90 מעלות.
התנגשויות פלסטיות (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$
 בהתנגשויות פלסטיות לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

GOOL

מקדם תקומה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
 בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

GOOL

מרכז מסה
מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
 ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
 עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$
 אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
 בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:
 $x_{c.m.} = \int x dm$
 כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

GOOL

כבידה
החוק השלישי של קפלר: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$
 T - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.
 T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.
גודל כוח הכבידה בין שני גופים: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ קבוע הכבידה האוניברסלי.
 m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.
אנרגיה פוטנציאלית כובדית:
 $U_G = -\frac{GMm}{r}$ ($U_G(r \rightarrow \infty) = 0$)
החוק השלישי של קפלר: $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3$
 T - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.
 T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.
גודל כוח הכבידה בין שני גופים: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
 $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ קבוע הכבידה האוניברסלי.
 m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.
אנרגיה פוטנציאלית כובדית:
 $U_G = -\frac{GMm}{r}$ ($U_G(r \rightarrow \infty) = 0$)

M - מסת הגוף המשפיע. m - מסת הגוף המושפע.
 r - מרחק בין הגופים.
אנרגיה של לווין במסלול מעגלי:
קינטית: $E_k = \frac{GMm}{2r} = -\frac{U_G}{2}$
כוללת: $E = -\frac{GMm}{2r}$

GOOL

מומנט התמד אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית) מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$ משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה	דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
מוט במרכז המסה	מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
מוט בקצה	מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$
כדור מלא במרכז מסה	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$
 אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy.
 לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.
חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$
 כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$
מומנט כוח
מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_\perp$
 כאשר $r_\perp$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.
גוף קשיח
 אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר **קבוע** כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} I_o \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_o \times \vec{\omega})$$

כאשר I_o מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_o$ היא מהירות

הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow v_{c.m.} = \omega R ; a_{c.m.} = \alpha R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור	דרך כוחות ומומנטים
בודקים מה נשמר:	עושים:
1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.	1. חוק $\Sigma F = m a_{c.m.}$
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.	2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I \alpha$
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.	3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$