

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען ציפה: נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x , y , z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ או $\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\varphi$

מתח: $V = \Delta\varphi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$

עבודה לחזוי מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta\varphi$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\varphi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

דיפול חשמלי

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט דיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = -\vec{\nabla} U$$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה:

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

למצא צפיפות משטחית:

$$\sigma = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$

כאשר $\Delta E_{\perp}$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$\hat{r}$ וקטור מ- q_1 אל q_2 , $r = |\vec{r}|$, וקטור מ- q_1 אל q_2 .

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

$$\vec{F} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z} ; \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{\varphi} ; \hat{r} \times \hat{\varphi} = -\hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

דיברגנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x זהויות של אופרטורים:

קבועים

מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg ; m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C = e = -q_e$$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} ; \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$\hat{r}$ וקטור מ- q_1 אל q_2 , $r = |\vec{r}|$, וקטור מ- q_1 אל q_2 .

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

מבוא מתמטי

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$dl = dr / r d\theta$ (טבעת) dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

(גליל מלא או קליפה גלילית עבה) $dv = r dr d\theta dz$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

(מעטפת כדור) $ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$

(כדור מלא או קליפה כדורית עבה) $dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V} ; \sigma = \frac{M}{S} ; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין

שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

GOOL

פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:

משוואת המתחים:

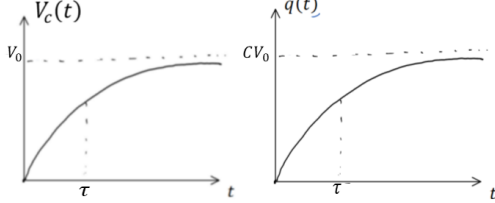
$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



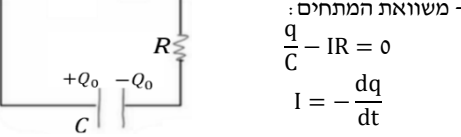
הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:



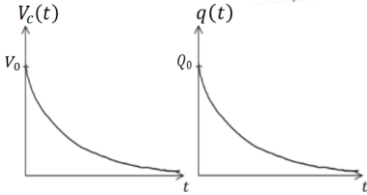
משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; Q_0 = CV_0$$



הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה: $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

GOOL

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$R = \rho \frac{L}{S}$ - ρ התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם. הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד**. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב ההתנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור).

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma = \frac{1}{\rho}$

צפיפות הזרם ליחידת שטח: $\vec{J} = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם $\vec{J}$ אחידה אז: $I = JS$

חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$\vec{J} = \rho \vec{v}$ כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך: $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז: $I = kl$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:

$\vec{k} = \sigma \vec{v}$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$

- ϵ כ"מ"ה הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
- r ההתנגדות הפנימית.
- חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
- נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
- נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

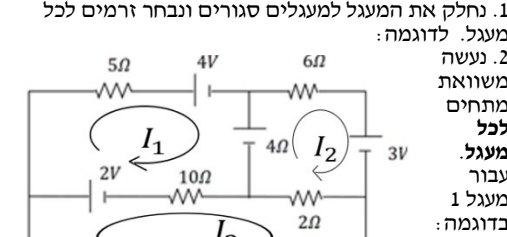
$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}$ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{5} & 8 \\ 2 & \mathbf{1} & 9 \\ 4 & \mathbf{3} & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:



1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:

2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.

3. נפתור את מערכת המשוואות

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$$

GOOL

חומרים דיאלקטרים

הגדרת הקיבול:

$C = \frac{|q|}{|V|}$ הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ - A שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$ - σ צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

b - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד: $C' = kC_0$ (ϵ_r או k) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה): $C_T = C_1 + C_2$

כאשר $Q_T = Q_1 + Q_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בד"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל: $U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$

העבודה שמבצעת הסוללה: $W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל: $F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפרוטנציאל שהם נמצאים בו.
- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית
- $\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית
- חומרים דיאלקטרים**
- חומר דיאלקטרי** הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
- השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.

$\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

ϵ_r או k - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר

בד"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ - $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני: $\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$

צפיפות המטען הכוללת: $\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$

צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

פוטנציאל הפוליציצה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$

מומנט הדיפול הכולל בחומר: $\vec{P} = \int \vec{P} dV$

הקשר בין צפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

בתוך החומר: $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

וקטור העתקה: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

חוק גאוס למטען החופשי: $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$

בחומרים לינארים (בד"כ בשאלות): $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

חומר איזוטרופי: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

GOOL

מעגלי זרם ישר

זרם: $I = \frac{dq}{dt}$

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם **בנגד:** $V = IR$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה: $R_T = R_1 + R_2$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$V_T = V_1 + V_2$

$I_T = I_1 = I_2$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$I_T = I_1 + I_2$

$V_T = V_1 = V_2$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

בטור: $R_T = \Sigma R_i$, $V_T = \Sigma V_i$, $I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \Sigma \frac{1}{R_i}$, $I_T = \Sigma I_i$, $V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד: $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי: $V = \epsilon - Ir$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פאראדי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר בד"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$ אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר רק שבמקום זרם יש $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$ (או במקום צפיפות זרם $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

GOOL **מומנט דיפול מגנטי**

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי ($\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$):

$$\vec{\mu} = I \vec{A}$$

I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם. השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדיי

הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

GOOL **השראות ברכיב**

$L = \frac{\Phi_B}{I}$

Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב. ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בד"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

- נניח שזרם זרם I ברכיב.
- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
- נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו-a רדיוס טבעת כא"מ ברכיב עם השראות L:

$$\epsilon = -L \dot{I}$$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

$$U_L = \frac{1}{2} L I^2$$

האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:

$$U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$$

את האינטגרל עושים על כל המרחב. זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת). ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף). המתח על סליל (משך) במעגל:

$$V_L = L \dot{I}$$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

GOOL **מעגלי RL**

טעינה:

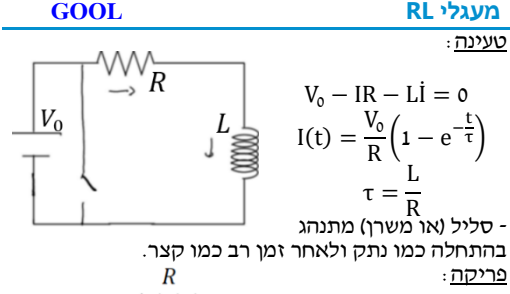
$$V_0 - IR - L \dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

סליל (או משרן) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר. פריקה:

$$-IR - L \dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$


חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

$$L_T = L_1 + L_2 + \dots$$

בטור:

$$I_T = I_1 = I_2 = \dots \rightarrow V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

כאשר $V_T = V_1 + V_2 + \dots$

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי. 3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$ שדה של מישור אינסופי:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$$

עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.

שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:

$$B = \mu_0 n I$$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל. כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

טורואיד:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

N מספר הליפופים הכולל. r - המרחק ממרכז הטורואיד.

GOOL **מציאת צפיפות זרם משה מגנטי נתון**

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):

$$\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$$

כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$

בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל

$$I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$$

GOOL **חוק פאראדי**

חוק פאראדי:

$$\epsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}; \quad \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל. בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לץ. הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית) כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:

$$\epsilon = BLv \sin \alpha$$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה. כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

GOOL **שדות משתנים בזמן זרם העתקה**

ממשוואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

GOOL **הכוח המגנטי - חוק לורנץ**

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים. דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים). דרך גודל וכיוון: הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$ כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין! כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך). לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

v cos α היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה. עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

GOOL **הכוח המגנטי על תיל נושא זרם**

כוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:

$$F = BIL \sin \alpha$$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה-dl) מחליף את המהירות.

הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס. הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

GOOL **חוק ביו-סבר**

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה. $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם. חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:

השדה של תיל סופי:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$

a - במרכז התיל. B =

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:

 $כיוון השדה לפי כלל הבורג: כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:

$$\frac{d\vec{F}}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.$

GOOL **חוק אמפר**

חוק אמפר:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}; \quad I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול. הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. המקרים הנפוצים של חוק אמפר:

במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

השראות הדדית

השראות הדדית: $M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.
- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$
ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי: $\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_1}{N_2}$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC

משוואת המעגל: $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
ו- $I = -\dot{q}$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון: $q(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$; $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

האנרגיה האגורה במעגל: $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$
(האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC

משוואת המעגל: $I = -\dot{q} - \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

ו- $\Gamma = \frac{R}{2L}$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$
 $\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$

מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$
בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \varphi)$
 $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$

בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:
 $E \propto e^{-2\Gamma t}$

(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

מעגלים עם מקור מתח חילופין

משוואת המעגל: $\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$

ו- $I = \dot{q}$
(ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.
פתרון המשוואה:

פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$
- הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דוועך בזמן.
- הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

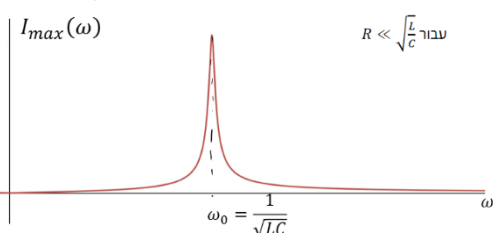
$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$

$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$

התודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.

- שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.

- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לזרוז את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

פתרון עם מספרים מורכבים:
אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \varphi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$
 $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$

(בדרי"כ לא רושמים את הגל) בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן
פאזור: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרי"כ מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$

עכבה Impedance

תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע). הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

ברכיב: $\varphi_z = \varphi_v - \varphi_I$
הגודל של העכבה: $|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$

הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	$i\omega L$	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	$\frac{1}{i\omega C}$	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:

$\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$
ו- $\tilde{I}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).

ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):
 $I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$; $V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

הספק רגעי: $P(t) = V(t)I(t)$
לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

הספק ממוצע: $\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi$

$V_{RMS} I_{RMS} \cos \varphi$
כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.

$\cos \varphi$ הוא מקדם גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

1. חוק גאוס $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$

2. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

3. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$; $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\mathcal{E} = -\dot{\phi}_B$

4. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \epsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$;

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):

$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$

c היא מהירות האור כאשר $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

- למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.
- המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow$

z כנל: $\vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2}$

- תזכורת ללאפליאן: $\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ היא התדירות הזוויתית

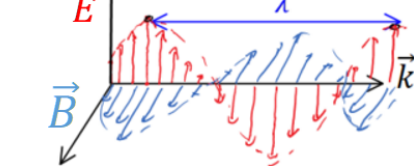
כאשר f היא התדירות בהרץ ו-T הוא זמן המחזור.

- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .

איד למצא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}$; $\vec{E} = c \vec{B} \times \hat{k}$

צורת הגל במרחב:



השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

$|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא):
 $\omega = c|k|$

יחס הדיספרסיה:

היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואות הגלים.

פתרון נוסף (עם פלוס): $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$

במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $\vec{k}$