

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד)
GOOL

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):
GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר s זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.

סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמואנק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)
GOOL

המיקום של גוף 1 ביחס לגוף 2: $x_{1,2} = x_1 - x_2$

$x_{1,2}$ הם המיקומים של גוף 1 ו- 2 ביחס למעבדה/קרקע.

$x_{1,2}$ הוא המיקום של גוף 1 ביחס לגוף 2 (כלומר המיקום של גוף 1 ביחס לראשית צירים הנמצאת על גוף 2)

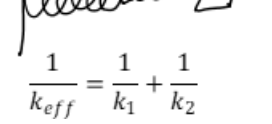
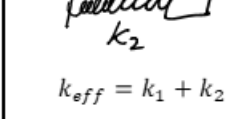
כנ"ל לגבי המהירות והתאוצה היחסית:

$v_{1,2} = v_1 - v_2$; $a_{1,2} = a_1 - a_2$

קפיצים
GOOL

חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור בטור	חיבור במקביל
	
$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	$k_{eff} = k_1 + k_2$

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)

$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

וקטורים
GOOL

פירוק לרכיבים:

$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

מבוא מתמטי
GOOL

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

נגזרות נוספות: $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$

- אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$z = z$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr/r d\theta$ (טבעת) / dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

$dv = r dr d\theta dz$ (קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$

$x = r \sin \varphi \cos \theta$

$y = r \sin \varphi \sin \theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשאר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות. בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m} = \int x dm$$

כ"ל לגבי x y z, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי. מערכת מרכז המסה: התנע הכולל של מערכת: ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה. מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה. בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גליליי. במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ניעו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשאר. מומנט כוח

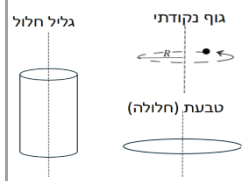
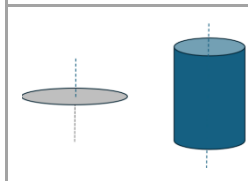
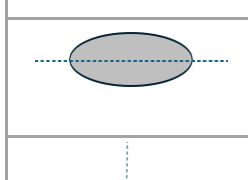
מומנט כוח: כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הברור. תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי: $|\vec{L}| = mvd$ כאשר d זה המרחק האפקטיבי. v - המהירות. הקשר בין תנ"ז למומנט כוח: חוק שימור התנע הזוויתי: אם $\vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע:

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

מומנט התמד גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית) מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: משפט שטיינר: כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. תערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$ דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z -אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$ דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$ מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$	   
--	---

העבודה של כוח לא קבוע: $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$ בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול. דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נזזרת $dy = 5x^4 dx$, בדוגמה $dy = 5x^4 dx$. הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איד בודקים אם כוח הוא משמר: אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר. נוסחת הרוטור בפרק וקטורים. הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד. נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\vec{\nabla} U = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$ שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווזה קטנה): $U''_x > 0$ שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווזה קטנה): $U''_x < 0$ שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה - אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$ שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס אוסף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$ הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$ $\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף. נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע. מתקף ותנע

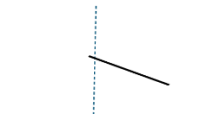
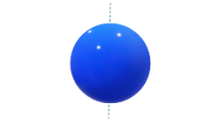
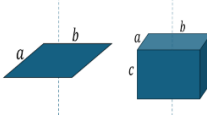
התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$ הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$ המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבד עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום). המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו: $\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$ חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר. הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$ בדי"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד. התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$ אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$ התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות. התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$ בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה. התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע. התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$ בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית. התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו. מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x: $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$ תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$ עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה. גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית. תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

כוח גרר וכוח ציפה כוח גרר הוא כוח מהצורה: כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו. משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x, v ו- a. בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות. מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס) כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל: $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ η - צמיגות הנוזל, R- רדיוס הכדור כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד. $F_b = \rho_l V g$ כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף. תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע) הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta \theta \cdot R$ - הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים! גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$ -כיוון המהירות תמיד משיק למעגל מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ f- התדירות, T- זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע) קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$ תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$ תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ תאוצה משיקית(רק בתנועה לא קבועה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$ הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$ - כאשר θ ו- h נמדדים מתחתית המעגל. הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$ - בכיוון החוצה מהמעגל. - שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית. וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$ הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

כוחות מדומים כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה: $\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_0 = \vec{a} - \vec{a}_{\text{מיתיים}}$ $\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף ביחס לצופה. $\vec{a}_{\text{מיתיים}}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה. $\vec{a}_0 = -\vec{a}$ " הוא הכוח המדומה כאשר $\vec{a}$ היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה. עבודה ואנרגיה עבודה של כוח קבוע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$ כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת. - אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס). הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית: $W_{EF} = \Delta E_k$ $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית כוח משמר: העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה. - העבודה במסלול סגור מתאפסת. - יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$ האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$ האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ. - חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות אנרגיה (מכאנית) כללית: $E = E_k + U$ - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה. משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים חוק שימור האנרגיה: אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

	מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מצייר הסיבוב (ולא

מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$

גוף קשיח GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים

בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה

ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$E_k = \frac{1}{2}mv_o^2 + \frac{1}{2}I_o\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_o \times \vec{\omega})$

כאשר I_o מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_o$ היא מהירות

הציר $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגלייה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור	דרך כוחות ומומנטים
בדקים מה נשמר: 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.	עושים: 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$ 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$ 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$