

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה! :

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

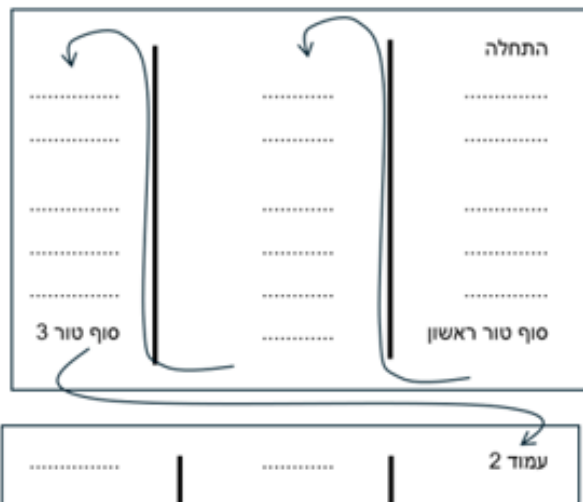
ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות. בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים. ההתחלה היא בפניה הימנית העליונה. בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא. ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פונקציות טריגונומטריות

GOOL

ניצב שמול יתר

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

ניצב ליד יתר

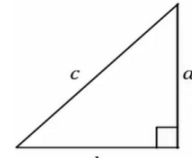
$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

ניצב שמול ליד ניצב

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

1 ניצב ליד ניצב שמול

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$


$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$		2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$		
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$		$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$		

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: $y = mx + n$

משוואת הקו הישר: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא -1.

מרחק בין שתי נקודות: $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

מרחק נקודה מישר: $d = \frac{|mx_0 - y_0 + n|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

הפרבולה

משוואת הפרבולה: $y = ax^2 + bx + c$

חיוב הפרבולה מחייבת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: $x_{קודקוד} = -\frac{b}{2a}$

נוסחת השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: $(ab)^c = a^c b^c$; $a^b a^c = a^{b+c}$

$(a^b)^c = a^{bc}$; $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$

מעברים בין יחידות:

קילו (k) זה 1000: $1km = 1000m$; $1kg = 1000gr$

מילי (m) זה $\frac{1}{1000}$ לדוגמה: מילימטר $1mm = \frac{1}{1000}m$

ומיליגרם $1mg = \frac{1}{1000}gr$

ליטר: $1liter = 1000cm^3$

קוב: $1000m^3 = 1000liter$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: $1lightyear = 9.4608 \cdot 10^{15}m$

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: $\Delta x = x_2 - x_1$

דרך- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה: $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרייב רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרייב רגע התחלת התנועה)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

גרפים: התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן.

השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.

הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייבת, תאוצה שלילית פרבולה עוצבה.

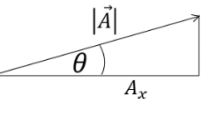
וקטורים

פירוק לרכיבים:

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

למצא גודל וזווית:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}; \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$


חיבור וקטורים: בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.

תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום. כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

מטעלה סקלרית בין שני וקטורים:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$$

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת. נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

פיליה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

$$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$$

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן $v_0 = 0$ בדרייב נבחר לתפוז באופן הבא:

- כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז $a = g$ (במשוואות הנייט).
- נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז $y_0 = 0$

בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז $a = -g$, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.

מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר $v(t) = 0$ הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: $y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$; $t_{גובה} = \frac{v_0}{g}$

תנועה במישור - זריקה אופקית

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$

העתק: $\Delta \vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$

מהירות ממוצעת או קבועה: $\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

זריקה אופקית: הגוף נזרק במהירות התחלתית v_0 בכיוון אופקי.

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (נפילה חופשית).

נבחר ראשית בקרקע וכיוון חיובי של ציר ה Y כלפי מטה. משוואות התנועה יהיו:

$$x(t) = v_0 t; y(t) = \frac{1}{2}gt^2; v_y(t) = gt$$

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח עוולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

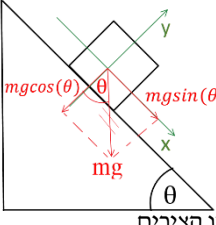
חיכוך סטטי: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות. גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימאלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s,max} = \mu_s N$

חיכוך קינטי: פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים) בניגוד לסטטי ושווה ל: $f_k = \mu_k N$

המשור המשוו: בעמית עם מישור משופע מומלץ לבחור מערת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$ ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$, שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.



דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר נפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$.

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף נפרד. אחי"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה. אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = mgh$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס שרוצים. העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ): $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$ הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl) האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_f + W_{NC} = \Delta E$ או $E_i + W_{NC} = \Delta E$ ו $E_f - E_i$ הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

הגובה מהתחתית h אורך החוט l זווית ביחס לאנך מהתקרה. θ חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (הפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית) $Q = -W_{f_k}$ ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

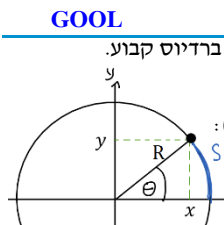


תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע. מיקום הגוף: $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$

הדרך (אורך הקשת שמול הזווית): $S = R \cdot \Delta \theta$

יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים



המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן. מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ (ביחידות של רדיאן לשנייה)

f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור. הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבועות): $|\vec{v}| = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ סכום הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
 - אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
 סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
GOOL מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{j} = \vec{F} \cdot \Delta t$
 התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
 המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע של הגוף:

$\vec{J}_T = \Delta \vec{p}$ או $\vec{p}_i + \vec{J}_T = \vec{p}_f$
 חוק שימור התנע: התנע הכולל של המערכת לפני התנגשות שווה לתנע הכולל אחרי ההתנגשות:

$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$
 v_1 ו- v_2 הן מהירויות הגופים לפני ההתנגשות ו- u_1, u_2 הן מהירויות הגופים אחרי.

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:

$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$
 בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחיית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
 התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$
 \vec{u} - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות
 תנע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות
שאלה הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.