

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פונקציות טריגונומטריות

GOOL

ניצב שמואל

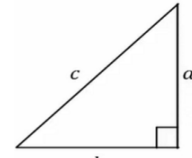
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{יתר}}{\text{ניצב ליד } \alpha}$$

ניצב ליד

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{יתר}}{\text{ניצב שמואל}}$$

ליד ניצב

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמואל}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$


$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

GOOL

משוואת הקו הישר: $y = mx + n$

משוואת הקו הישר: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$ כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה- x . n נקודת חיתוך עם ציר ה- y .

מכפלת השיפועים של שני ישרים מאונכים היא 1-

מרחק בין שתי נקודות: $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

מרחק נקודה מישר: $d = \frac{|mx_0 - y_0 + n|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

הפרבולה

משוואת הפרבולה: $y = ax^2 + bx + c$

חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: $x_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$

נוסחת השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: $(ab)^c = a^c b^c$; $a^b a^c = a^{b+c}$

$(a^b)^c = a^{bc}$; $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$

מעברים בין יחידות:

קילו (k) זה 1000 : $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$; $1 \text{ kg} = 1000 \text{ gr}$

מילי (m) זה 1000 : $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m}$; $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m}$

ומיליגרם 1000 : $1 \text{ mg} = \frac{1}{1000} \text{ gr}$

ליטר: $1 \text{ liter} = 1000 \text{ cm}^3$

קוב: $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ liter}$

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: $1 \text{ lightyear} = 9.4608 \cdot 10^{15} \text{ m}$

צפיפות:

צפיפות נפחית: $\rho = \frac{M}{V}$; **צפיפות משטחית:** $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית: $\lambda = \frac{M}{l}$

GOOL

העתק- השינוי במיקום הגוף: $\Delta x = x_2 - x_1$

דרך- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה: $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

כאשר x_0 ו- v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע תחילת התנועה)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

גרפים:

התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן.

השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.

הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה מעוצבת.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} ; x(t) = \int v(t) dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה: $a(t) = \frac{dv}{dt} ; v(t) = \int a(t) dt$

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס: $(\cos x)' = -\sin x$; $(\sin x)' = \cos x$

GOOL

פירוק לרכיבים:

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

למצא גודל וזווית:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} ; \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

חיבור וקטורים:

בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.

תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$$

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

$$\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$$

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)

מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} ; \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

מכפלה וקטורית: $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

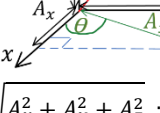
דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$

וכיוון לפי כלל יד ימין:



חיבור וקטורים: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$

העתק: $\Delta \vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$

מהירות ממוצעת או קבועה: $\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta) t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta) t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$$

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז $a_y = -g$

ניתכן תאוצה גם בציר ה- X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה $(v_y(t) = 0)$: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

שיא גובה $(v_y(t) = 0)$: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

טווח $(\text{בהנחה שהזריקה מהקרקע})$: $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של $y(x)$. על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של $x(t)$ ומציבים ב- $y(t)$.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

שימו לב שאתם עם יד ימין!! - בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

נפילה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר ה- Y, ולכן משוואות התנועה הן:

$$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$$

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן $v_0 = 0$ בדרך"כ נבחר לפתור באופן הבא:

1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז $a = g$ (במשוואות הנ"ל).

2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז $y_0 = 0$

זריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז $a = -g$

המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.

מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר $v(t) = 0$ הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0}{g}$; $y_{\text{שיא גובה}} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

נפילה חופשית - בליסטית

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$

העתק: $\Delta \vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$

מהירות ממוצעת או קבועה: $\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta) t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta) t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$$

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז $a_y = -g$

ניתכן תאוצה גם בציר ה- X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה $(v_y(t) = 0)$: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

שיא גובה $(v_y(t) = 0)$: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

טווח $(\text{בהנחה שהזריקה מהקרקע})$: $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של $y(x)$. על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של $x(t)$ ומציבים ב- $y(t)$.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s, \max} = \mu_s N$

חיבור קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$

ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

מרכז מסה

GOOL

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): נושם מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m.} = \int x dm$$

כנ"ל לגבי y ו-z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

GOOL

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL

אלסטיות

חוק הוק: $F = k \Delta l$

-F הכוח שפועל על הגוף. Δl - התארכות ממצב רפוי

-k קבוע פורפריצה

מודול יאנג:

$$\Delta l = \frac{1}{Y} \frac{l_0}{A} F \quad \text{או} \quad Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l_0}}$$

-Y מודול יאנג, קבוע שתלוי בסוג החומר

Δl - התארכות l_0 - אורך במצב רפוי

A - שטח חתך. $\frac{F}{A}$ - מאמץ מתיחה. $\frac{\Delta l}{l_0}$ - מעוות

מודול יאנג / מודול האלסטיות בביגה פסקל ($10^9 Pa$):

ניילון 2-4 אלומיניום 69. ברונזה 103-124. ברזל ופלדה

190-210. יהלום 1050-1200 (N/m^2). $(Pa = N/m^2)$

מאמץ גזירה Shear:

$$\Delta l = \frac{1}{S} \frac{l_0}{A} F \quad \text{או} \quad S = \frac{F/A}{\Delta l/l_0}$$

S - מודול גזירה

F/A - מאמץ גזירה.

$\Delta l/l_0$ - מעוות גזירה.

מאמץ גזירה Shear בביגה פסקל ($10^9 Pa$):

אלומיניום 25. ברזל ופלדה 80. עצם אדם 80.

מודול הנפח Bulk Modulus:

$$B = - \frac{\Delta P}{\Delta V/V_0}$$

V_0 - נפח במצב שיווי משקל. ΔV - שינוי הנפח.

ΔP - שינוי בלחץ, לחץ הוא כוח ליחידת שטח $P = \frac{F}{A}$

מודול הנפח Bulk Modulus בביגה פסקל ($10^9 Pa$):

אלומיניום 70. ברזל ופלדה 140. גרניט 45. מים 2.

אלכוהול 1. כספית 2.5. אוויר 10^{-4} .

שבירה

מאמץ מקסימאלי של (מתיחה, כיווץ, גזירה) במגה פסקל

($10^6 Pa$): פלדה (250,500,500). אלומיניום (200,200,250).

בטון (2,20,2). עץ (5,35,40). ניילון (00,00,500). עצם

(00,170,130).

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

- כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.

- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי

באנרגיה קינטית: $W_{SF} = \Delta E_k$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.

העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה

פוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):

$$U_{el} = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

k הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)

האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך

כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

*בשיווי השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית

והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות

פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_f + W_{NC} = E_i$ או $E_f = \Delta E$

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים

בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של

מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h הגובה מהתחתית

l - אורך החוט

θ - זווית ביחס לאנך

מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה

הנוצרת מחיכוך קינטי.

- כמות החום שנוצרת

בתהליך שווה לעבודה של

כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע

החיכוך הקינטי על הגוף שלילית) $Q = -W_{f_k}$

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה

הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או ההספק ממוצע:

היחידה הסטנדרטית של ההספק היא Watt (W) והיא שווה

לגאול חלקי שניה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1Hp = 746 Watt$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע

או קבוע)

הידרוסטטיקה

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח): $\rho = \frac{M}{V}$

מוצקים

אלומיניום 2.70×10^3 מים ($4^\circ C$) 1.00×10^3

ברזל ופלדה 7.8×10^3 פלזמת דם 1.03×10^3

נחושת 8.9×10^3 דם מלא 1.05×10^3

עופרת 11.3×10^3 מי ים 1.025×10^3

זהב 19.3×10^3 כספית 13.6×10^3

אתנול

בטון 2.3×10^3 (אלכוהול אתילי) 0.79×10^3

גרניט 2.7×10^3 בנויץ 0.68×10^3

עץ (טיפוסים) $0.3-0.9 \times 10^3$ גזים

זכוכית רגילה $2.4-2.8 \times 10^3$ אוויר 1.29

קרן (H_2O) 0.917×10^3 הליום 0.179

עצם $1.7-2.0 \times 10^3$ פחמן דו-חמצני 1.98

(CO_2)

אדי מים 0.598 ($100^\circ C$)

לחץ:

$$P = \frac{F}{A}$$

-F גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.

- הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI: $1Pa = 1N/m^2$

- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.

- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.

- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן,

- רכיב מקביל לדופן יגרם לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה): $P = \rho gh$

*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ

המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

לחץ אטמוספרי:

$$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

$$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1 atm$$

$$1 bar = 10^5 Pa$$

$$P = P_0 + P_G$$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$

P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז

הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית:

$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

כוח ציפה: $F_b = \rho_l V g$

ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

הידרונימיקה

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות

ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר

ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי.

איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח

חתך ביחידת זמן): $Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך

ביחידת זמן): $Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m_1} = Q_{m_2}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

משוואת הרציפות: עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה הזורם

עקרון ברנולי: הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = const$$

או הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.

2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טורצילי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית

של מיכל מלא בגובה h, זהה למהירות שצובר גוף בנפילה

חופשית מאותו הגובה h : $v = \sqrt{2gh}$

צינור ונטורי:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

צמיגות - Viscosity:

משוואת פואזי (הירידה בלחץ (באנרגיה) בעקבות צמיגות

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta L Q_v}{\pi r^4}$$

בצינור גלילי):

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta L Q_v}{\pi r^4}$$

L - אורך הצינור. Q_v - הספיקה הנפחית. r - רדיוס הצינור

η - מקדם הצמיגות.

הנחות המשוואה: 1. זורם אינו דחיס. 2. זרימה למינרית.

3. אורך הצינור גדול משמעותית מהרדיוס. 4. זורם ניוטוני.

מעבר לזרימה עירבולית: מעבר מזרימה למינרית

לעירבולית מתרחש כאשר מספר ריינולדס גדול מ 2000.

מספר ריינולדס:

$$Re = \frac{2\bar{v} r \rho}{\eta}$$

$\bar{v}$ - מהירות ממוצעת של הנוזל. r - רדיוס הצינור.

ρ - צפיפות הנוזל. η - צמיגות

משוואת ברנולי עם צמיגות:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2 + \frac{8\eta L Q_v}{\pi r^4}$$