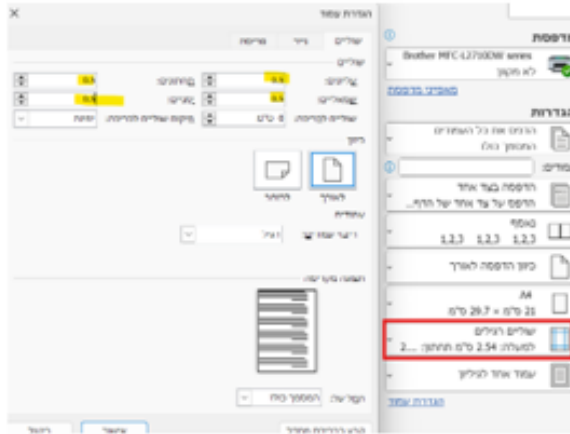


הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

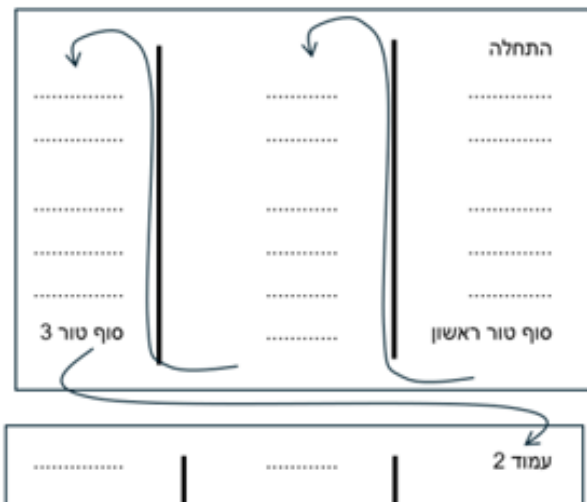
את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad \text{כאשר:}$$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$
 חבילת גלים:

$$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:
 1. ציור את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
 2. עבור המצב n - ציור גל עם $n - 1$ נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
 3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
 4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
 5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שהפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

GOOL מנהור (tunneling):

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$, $-l$ אורך המחסום, $U_0 > E$ גובה הפוטנציאל במחסום.

מקדם החזרה:

GOOL אוסילטור הרמוני:

$$\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}} \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ-1: $E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את n מאפס ואז $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

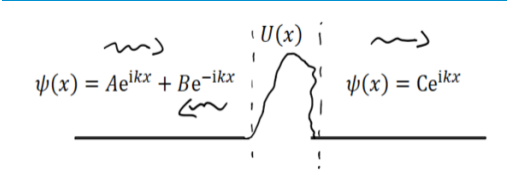
מהירות הפאזה (מהירות של אורך גל מסוים):

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל- k

GOOL פיזור



מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה:

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

- עבור מדרגת פוטנציאל $U(x)$ וכאשר $E > U_0$

$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

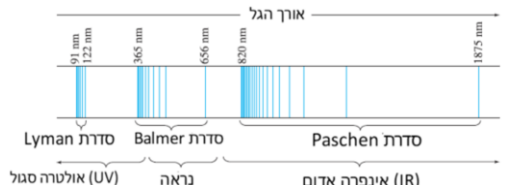
- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

GOOL פונקציית דלתא של דיראק

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

$$\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2} \quad \text{או} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

כאשר a הולך לאפס.



בעיות במודל הפלנטרי של ראתפורד:

- מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.
- אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

GOOL מודל האטום של בוהר:

הנחות המודל:

- האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
- האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.
- אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

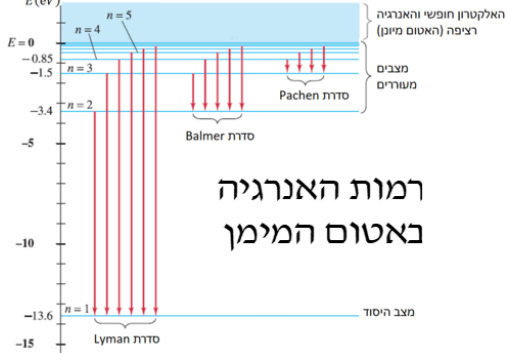
$$hf = E_U - E_L$$

$$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi} \quad (n=1,2,3\dots)$$

$$r_n = \frac{n^2}{Z} r_1 \quad \text{(מספר הפרוטונים)}$$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$$

$$E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2} \quad \text{אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה-} n$$



GOOL פונקציית הגל של החומר:

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

נרמול: כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx \quad \text{מיקום ממוצע:}$$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad \text{שונות:}$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx \quad \text{כאשר -}$$

GOOL עקרון אי הוודאות של הייזנברג:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

- אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
- אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
- אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב- X והמיקום ב- Y בו זמנית.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{אי ודאות זמן אנרגיה:}$$

- ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
- האנרגיה נשמרת עד כדי אי הוודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

$$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי:}$$

GOOL משוואת שרדינגר:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$$

- **תנאים נוספים**: 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi \quad \text{בתלת מימד:}$$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

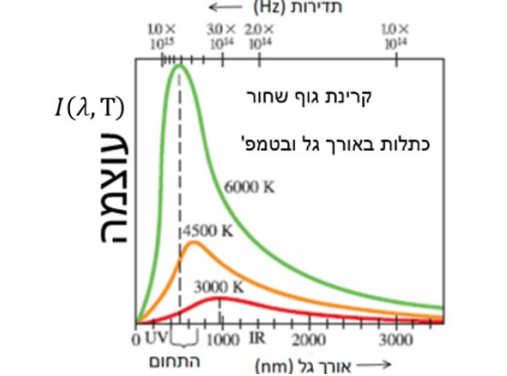
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

$$\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K \quad \text{חוק ווין:}$$

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi^5 \hbar c^2 \lambda^{-5}}{15 \epsilon_0 k T} \quad \text{נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:}$$



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של

מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$

- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך

המינימלי: $E = nhf$

כאשר n הוא המספר הקוונטי

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

$$E = hf \quad \text{אנרגיה של פוטון יחיד (f- תדירות האור):}$$

הניסוי הפוטואלקטרי:

תדירות סף W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$

אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$

מתח עצירה: $eV = E_{kmax}$

השוואה לתורה הגלית:

- לפי התורה הפוטונית
- עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם. הגדלת העוצמה גדילה את מספר האלק' הנפלטים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

- האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
- רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית

- עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
- התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

GOOL אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

$$E = hf \quad \text{אנרגיה של פוטון יחיד:}$$

$$p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \text{תנע של פוטון:}$$

$$m = 0 \quad \text{מסת מנוחה של פוטון:}$$

GOOL אפקט קומפטון:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad \text{סחכת קומפטון:}$$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$$\frac{h}{m_e c} \quad \text{- אורך גל של האלקטרון החופשי.}$$

GOOL אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:

תנאים ביצירת זוגות:

- חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
- אנרגיית הפוטון שווה לאנרגית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .
- בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
- התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{אורך גל דה ברולי של חלקיק:}$$

$$p = mv \quad \text{לא יחסותי, } p = \gamma mv \quad \text{יחסותי}$$

GOOL מודלים מוקדמים של האטום:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \quad \text{אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן:}$$

$$R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1} \quad \text{קבוע Rydberg:}$$

