

מבוא להסתברות

פרק 27

התפלגויות רציפות מיוחדות - התפלגות אחידה

1 כללי

התפלגויות רציפות מיוחדות – התפלגות אחידה

רקע

זו התפלגות שפונקציית הצפיפות שלה קבועה בין a לבין b .

$$X \sim U(a, b)$$

פונקציית הציפות :

$$f(x) = \frac{1}{b-a}$$
$$a \leq x \leq b$$

פונקציית ההתפלגות המצטברת:

$$F(t) = \frac{t-a}{b-a}$$

התוחלת :

$$E(X) = \frac{a+b}{2}$$

השונות:

$$V(x) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

דוגמה : (פתרון בהקלטה)

X -משתנה מקרי רציף המתפלג באופן אחיד בין 20 ל-40 .

מה הסיכוי ש- X קטן מ-25?

מה התוחלת והשונות של X ?

$$a = 20, b = 40$$

$$X \sim U(20, 40)$$

.א

$$P(x < 25) = f(25) = \frac{25 - 20}{40 - 20} = 0.25$$

.ב

$$E(x) = \frac{20 + 40}{2} = 30$$

$$V(x) = \frac{(40 - 20)^2}{12} = 33\frac{1}{3}$$

שאלות

- (1) משך (בדקות) הפסקה בשיעור, X , מתפלג $U(13, 16)$.
- מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של משך ההפסקה?
 - מהי ההסתברות שהפסקה תמשך יותר מ-15 דקות?
 - מהי ההסתברות שמשך ההפסקה יסטה מהתוחלת בפחות מדקה?
- (2) רכבת מגיעה לתחנה בשעות היום כל עשר דקות. אדם הגיע לתחנה בזמן אקראי.
- הסבר כיצד מתפלג זמן ההמתנה לרכבת?
 - אם זמן ההמתנה לרכבת ארך יותר מ-5 דקות, מהי ההסתברות שבסך הכל האדם ימתין לרכבת פחות מ-8 דקות?
 - מה תוחלת מספר הימים שיעברו עד הפעם הראשונה שהאדם ימתין לרכבת יותר מ-9 דקות?
- (3) מכונה אוטומטית ממלאת גביעי גלידה. משקל הגלידה לגביע מתפלג אחיד בין 100-110 גרם (המשקל הוא של גלידה ללא הגביע).
- מה ההסתברות שמשקל הגלידה בגביע יהיה מעל 108 גרם?
 - נתון שהגלידה בגביע עם משקל נמוך מ-107 גרם. מה ההסתברות שמשקל הגלידה יהיה מעל 105 גרם?
 - מה העשירון העליון של משקל הגלידה בגביע?
 - עלות גביע גלידה היא 0.5 שקל. כל גרם של גלידה עולה 0.22 אגורות. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של עלות הגביע ביחד עם הגלידה?

תשובות סופיות

- (1) א. תוחלת: 14.5, שונות: 0.866 ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{2}{3}$
- (2) א. $X \sim U(0,10)$ ב. 0.6 ג. 10
- (3) א. 0.2 ב. $\frac{2}{7}$ ג. 109
- ד. תוחלת: 73.1, אגורות, סטיית תקן: 0.635, אגורות.