שדות אלקטרומגנטיים

פרק 29 - תרגילים ברמת מבחן

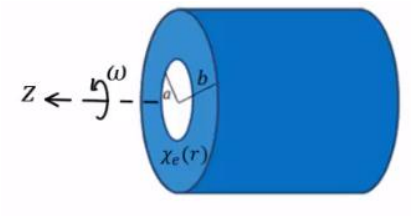
תוכן העניינים

1. תרגילים 1

תרגילים:

שאלות:

1) קליפה גלילית דיאלקטרית מסתובבת



מעטפת גלילית עבה עם רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני b עשויה מחומר דיאלקטרי מבודד בעל סוספטביליות חשמלית: $\chi_e(r)=\frac{\alpha}{r}$

הנתונה בקואורדינטות גליליות (r הוא המרחק מציר ה-z) α קבוע נתון.
המעטפת מסתובבת סביב צירה במהירות זוויתית קבועה ω.

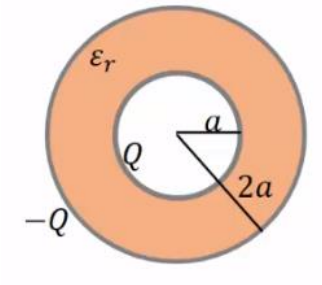
במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי: $\vec{B}=B_0\left(\frac{3}{\pi}\hat{\theta}+\frac{1}{2\pi}\hat{z}\right)$. מצא את:

א. וקטור הפולריזציה $\vec{P}$ בתוך הקליפה.

ב. התפלגות המטען הקשור (משטחית ונפחית).

ג. סה"כ המטען הקשור הנפחי וסך כל המטען הקשור המשטחי ליחידת אורך של המעטפת.

2) קליפה כדורית דיאלקטרית מסתובבת



קליפה כדורית בעלת רדיוס פנימי a ורדיוס חיצוני $2a$ עשויה מחומר דיאלקטרי בעל מקדם ε_r.
על השפה הפנימית של הקליפה יש מטען חופשי Q המפוזר באופן אחיד, ועל השפה החיצונית יש מטען $-Q$ המפוזר באופן אחיד.

א. מהי האנרגיה האלקטרוסטטית של המערכת?

ב. הקליפה מסתובבת סביב ציר ה-z במהירות זוויתית קבועה ω.
מהו השדה המגנטי והפוטנציאל הוקטורי בנקודה הנמצאת במרכז הקליפה?

3) גליל טעון בשדה מגנטי

נתון גליל אינסופי ברדיוס R. הגליל טעון בצפיפות מטען נפחית קבועה ונתונה ρ. ציר הגליל חופף עם ציר z. במרחב קיים שדה מגנטי הנתון לפי הנוסחה

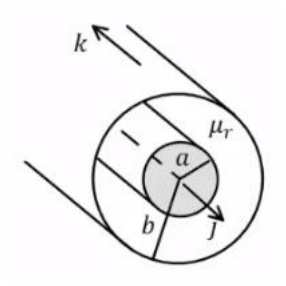
הבאה בקואורדינטות גליליות: $\vec{B}=\begin{cases}B_0\sin(\omega t+\alpha)\hat{z} & r<R\\ 0 & r>R\end{cases}$.

א. מצא את פונקציית הפוטנציאל הוקטורי בכל מקום.

ב. מצא את השדה החשמלי בכל מקום.

ג. מה ניתן ללמוד מתנאי השפה על B ב-$r=R$?

4) כבל קו-אקס עם חומר מגנטי



כבל קואקסיאלי בעל אורך אינסופי עשוי מגליל מלא פנימי בעל רדיוס a הנושא זרם I בצפיפות זרם נפחית אחידה. החלק החיצוני של הכבל הוא מעטפת גלילית דקה מאוד ברדיוס b הנושאת זרם I בכיוון הפוך ובצפיפות זרם משטחית אחידה. התחום שבין הגלילים מלא בחומר מגנטי עם מקדם פרמאביליות: $\mu_r = 1$.

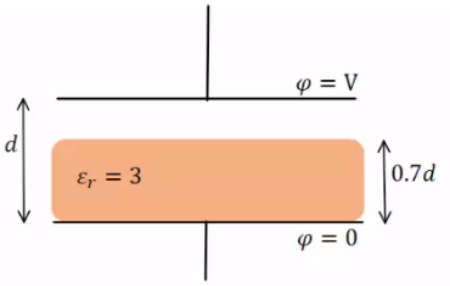
חשבו את:

א. $\vec{H}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של H כתלות ב-r והראו ש-H מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ב. $\vec{B}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של B כתלות ב-r והראו ש-B מקיים את תנאי השפה הדרושים.

ג. $\vec{M}$ בכל המרחב, כולל בתוך המוליך הפנימי. ציירו גרף של M כתלות ב-r והראו ש-$\vec{M}$ מקיים את תנאי השפה הדרושים.

5) קבל עם חומר דיאלקטרי חלקי



קבל לוחות מורכב משני לוחות במרחק d. הפוטנציאל על הלוח התחתון הוא אפס והפוטנציאל על הלוח העליון הוא V. בתוך הקבל ישנו חומר דיאלקטרי עם מקדם דיאלקטרי $\varepsilon_r = 3$ ובעובי $0.7d$. החומר מונח על הלוח התחתון וממלא את כל שטחו.

הזניחו אפקטים של הקצוות ומצאו את:

א. פונקציית השדה החשמלי ופונקציית הפוטנציאל בתוך הקבל.

ב. התפלגות המטען החופשי והקשור במערכת.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{P}=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0\hat{r}}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{r}\right)}$.

ב. $\sigma_b(a)=-\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{a}\right)}$, $\sigma_b(b)=\dfrac{\alpha\varepsilon_0\omega B_0}{2\pi\left(1+\dfrac{\alpha}{b}\right)}$, $\rho_b=-\dfrac{\varepsilon_0\alpha\omega}{2\pi}\dfrac{r+2\alpha}{(r+\alpha)^2}$.

ג. $\dfrac{Q_b}{l}=\varepsilon_0\alpha\omega B_0\left(a+\dfrac{\alpha^2}{a+\alpha}-b-\dfrac{\alpha^2}{b+\alpha}\right)$, $\dfrac{Q_b}{l}=\alpha\varepsilon_0\omega B_0\left(\dfrac{b}{1+\dfrac{\alpha}{b}}-\dfrac{a}{1+\dfrac{\alpha}{a}}\right)$.

2) א. $U=\dfrac{Q^2}{16\pi a\varepsilon_0\varepsilon_r}$.

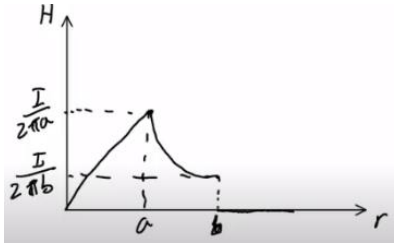
ב. $B_z=\dfrac{\mu_0 Q\omega}{12\pi\varepsilon_r a}$, $\vec{A}_T=0$.

3) א. $\vec{A}=\begin{cases}\dfrac{B_0 r}{2}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r<R\\ \dfrac{B_0R^2}{2r}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta} & r>R\end{cases}$.

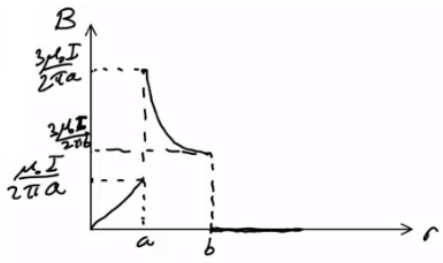
ב. $\vec{E}=\begin{cases}\dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}\hat{r}-\dfrac{B_0 r\omega}{2}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\hat{r}-\dfrac{B_0R^2\omega}{2r}\cos(\omega t+\alpha)\hat{\theta}\end{cases}$.

ג. $\vec{k}=\left|\vec{k}\right|\cdot\hat{k}=-\dfrac{B_0}{\mu_0}\sin(\omega t+\alpha)\hat{\theta}$.

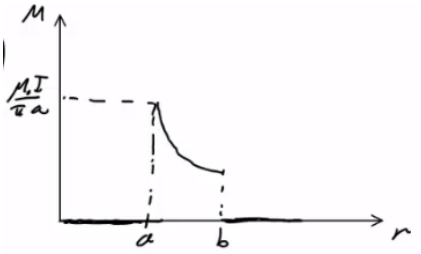
4) א. $\vec{H}=\begin{cases}\dfrac{Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & r<a\\ \dfrac{I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ב. $\vec{B}=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi a^2}\hat{\theta} & a<r\\ \dfrac{3\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



ג. $\vec{M}=\begin{cases}0 & r<a\\ \frac{\mu_0 I}{\pi r}\hat{\theta} & a<r<b\\ 0 & b<r\end{cases}$, גרף:



5) א. $\vec{E}=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}\hat{z} & z<0.7d\\ -\frac{3V}{1.6d}\hat{z} & 0.7d<z<d\end{cases}$, $\varphi=\begin{cases}-\frac{V}{1.6d}z & z<0.7d\\ \frac{3V}{1.6d}z-0.875V & 0.7d<z<d\end{cases}$.

ב. $\sigma_b=\frac{\varepsilon_0 V}{0.8d}$, $\sigma_{free}=-1.875\frac{\varepsilon_0 V}{d}$.