פיזיקה 3

פרק 12 - תרגילים ברמת מבחן

תוכן העניינים

1. שאלות חזרה קצרות בנושאים ספציפיים 1
2. תרגילים בתורת הקוונטים 7

שאלות חזרה קצרות בנושאים ספציפיים

שאלות

1) פוטואלקטרי 1

קבעו האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה.

בניסוי פוטואלקטרי ככל שמגדילים את עוצמת האור כך גדל הזרם החשמלי (בהנחה שתדירות האור גדולה מספיק בשביל להביא לפליטה של האלקטרונים מהמתכת)

2) פוטואלקטרי 2

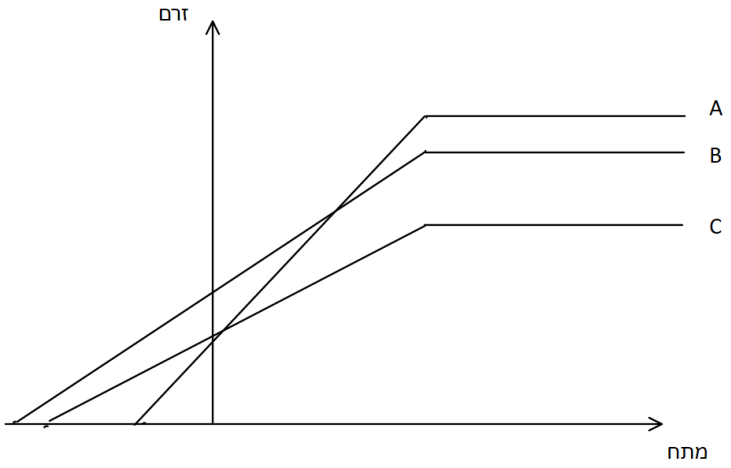
בניסוי פוטואלקטרי המתכת שבקטודה היא אשלגן. אורך הגל המקסימאלי עבורו מודדים מתח באנודה הוא $558\,\text{nm}$.

מהי האנרגיה הקינטית המקסימלית של האלקטרונים (ב- eV) עבור אור באורך גל של $380\,\text{nm}$ ועוצמה ליחידת שטח של $10^{-2}\,\frac{w}{\text{cm}^2}$?

האם אנרגיה זו תגדל כאשר נגדיל את עוצמת האור?

3) פוטואלקטרי 3

הגרפים הבאים מתארים תוצאות ניסוי פוטואלקטרי עבור מתכת זהה.



אילו מהטענות הבאות נכונה:

א. גרף A בעל התדירות הכי גבוהה, גרף C בעל עוצמת האור הכי נמוכה.

ב. גרף B בעל אורך הגל הכי גבוה, גרף A בעל העוצמה הכי נמוכה.

ג. גרף C בעל אורך הגל הכי גבוהה, גרף B בעל העוצמה הכי גבוהה.

ד. גרף A בעל העוצמה הכי גבוהה, גרף B בעל אורך הגל הכי נמוך.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

4) אורך גל דה ברולי 1

קבעו האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה.
לפי התורה הקלאסית (כלומר, ללא תיקונים של תורת היחסות) עבור כל חלקיק הנע במרחב, במהירות כלשהיא ביחס למערכת S, ניתן למצא מערכת ייחוס אחרת בה אורך הגל של החלקיק ישאף לאינסוף.

5) אורך גל דה ברולי 2

חלקיק חופשי בעל אנרגיה E ומטען q נכנס לאזור בו יש מתח V.
מהו אורך גל דה ברולי של החלקיק ביציאתו מן האזור?

6) אורך גל דה ברולי ויחסות 1

ניתן לרשום את אורך גל דה ברולי של אלקטרון **יחסותי** באופן הבא:

$\lambda = \frac{\delta}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}\left[\dot{A}\right]$, כאשר δ הוא קבוע חיובי חסר יחידות ו-γ הוא פקטור לורנץ.

מצאו את ערכו של הקבוע δ. שימו לב שהנוסחה נותנת תוצאה באנגסטרום!

7) דה ברולי ויחסות 2

לפוטון ואלקטרון יחסותי אורך גל זהה.
האם התנע והאנרגיה שלהם זהים?

8) אי וודאות 1

קבעו אם הטענה הבאה נכונה:
ככל שזמן החיים של רמה מעוררת באטום גדול יותר אז החסם התחתון על אי הוודאות בתדירות הפוטון הנפלט (כאשר האלקטרון יורד לרמה נמוכה) קטן.

9) אי וודאות 2

זמן החיים למעבר בין הרמות $2p$ ל-$1s$ באטום המימן הוא $1.6\cdot10^{-9}s$.
מהו סדר הגודל של טווח התדירויות (או רוחב הקו) של הקרינה הנפלטת במעבר? רשמו את התשובה ללא חזקות של 10 תוך שימוש באחת מהיחידות הבאות: Hz, KHz, MHz, GHz.

10) משוואת שרדינגר 1

קבעו אם הטענה הבאה נכונה:

אם ψ_1 ו-ψ_2 מהווים פתרונות למשוואת שרדינגר, אזי גם $\psi_3 = \frac{i}{5}\psi_1 + \frac{1}{\sqrt{10}}\psi_2$

מהווה פתרון למשוואה.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

11) משוואת שרדינגר 2

האם הפונקציה $\psi(x,y,z,t)=\frac{t}{xy}$ מהווה פתרון למשוואת שרדינגר:

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,y,z,t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi(x,y,z,t)+V(x,y,z,t)\psi(x,y,z,t)$$

12) חלקיק חופשי

האם ניתן לנרמל את משוואת הגל של חלקיק חופשי לא יחסותי (בעל מסה שונה מאפס) בקטע חצי אינסופי?

13) בור פוטנציאל אינסופי

חלקיק בעל מסה M נמצא בבור פוטנציאל אינסופי חד מימדי. מקטינים את רוחב הבור לאט מאוד, האם מהירות החלקיק תגדל, תקטן או לא תשתנה?

14) ציור פונקציית גל

חלקיק עובר מאזור בו הפוטנציאל הוא אפס לאזור בו הפוטנציאל קטן מאפס.
האם אורך הגל שלו יגדל יקטן או לא ישתנה?

15) אוסילטור הרמוני 1

חלקיק נמצא תחת פוטנציאל הרמוני. האם המרווח בין שתי רמות אנרגיה קטן, גדל או לא משתנה ככל שהמספר הקוונטי n גדל?

16) אוסילטור הרמוני 2

חלקיק נמצא ברמת הייסוד של פוטנציאל הרמוני חד מימדי.
מצאו את הביטוי להסתברות למצא את החלקיק מחוץ לתחום הקלאסי (אין צורך לפתור את האינטגרל בביטוי).

פונקציית הגל של מצב הייסוד היא $\psi_1(x)=\left(\pi b^2\right)^{-\frac{1}{4}}e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$, כאשר $b=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$.

17) פיזור

חלקיק בעל אנרגיה E פוגע במדרגת פוטנציאל בגובה $V_0>E$ ורוחב אינסופי.
האם מקדם ההחזרה גדול, קטן או שווה ל-1?

18) אופרטורים 1

קבעו האם הטענה הבאה נכונה או לא נכונה:
הערך העצמי של אופרטור הרמיטי חייב להיות מספר ממשי.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

19) אופרטורים 2

נתונים ψ_1 ו-ψ_2 שהם שני מצבים עצמיים של אופרטור הרמיטי.

האם גם $\psi_1+\psi_2$ הוא מצב עצמי של אותו אופרטור?

20) אופרטורים 3

המצב הקוונטי של חלקיק נתון על ידי $\psi=\alpha_1\phi_1+\alpha_2\phi_2+\alpha_3\phi_3$, כאשר ϕ_1,ϕ_2,ϕ_3 מייצגים מצבים עצמיים של אופרטור התנע. מבצעים מדידה של התנע של החלקיק.

האם מיד לאחר המדידה החלקיק יכול להיות במצב $\psi=\beta_1\phi_1+\beta_2\phi_2$, כאשר β_1,β_2 הם קבועים השונים מאפס?

21) אופרטורים 4*

האם האופרטור $\hat{A}=\frac{\partial}{\partial x}$ יכול לייצג גודל פיזיקאלי מדיד?

22) המודל הקוונטי לאטום המימן 1

האם לפי המודל הקוונטי לאטום המימן מרחק האלקטרון מהגרעין במצב הייסוד חייב להיות שווה לרדיוס בוהר?

23) המודל הקוונטי לאטום המימן 2

האם המודל של בוהר נותן את הערך המדויק של התנ"ז באטום המימן?

24) המודל הקוונטי לאטום המימן 3

גז של אטומי מימן נמצא ברמה $4d\ (n=4,\ l=2)$.

כמה קווי פליטה נוכל לראות מהגז? ספרו את כל קווי הפליטה האפשריים עד שהאטומים מגיעים לרמת הייסוד.

25) המודל הקוונטי לאטום המימן 4

אטום מימן נמצא במצב $n=3,\ l=1$. האם הזווית בין התנ"ז של האלקטרון לשדה המגנטי חיצוני יכולה להיות 135 מעלות?

26) המודל הקוונטי לאטום המימן 5

מערכת מסוימת נמצאת במצב הקוונטי $\psi(\theta,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{21}}\left(4Y_4^2-Y_4^3+2Y_3^3\right)$, כאשר Y_l^m הן הספריות ההרמוניות.

מה ההסתברות שבמדידת גודלו של התנז יתקבל הערך $\sqrt{20}\hbar$?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

27) אפקט זימן 1

מהו גודלו של השדה המגנטי הקבוע הדרוש על מנת שעבור אטום מימן הרמה $(n=5,\ l=4,m=3)$ תתלכד עם הרמה $(n=6,\ l=2,m=-1)$? התעלמו מספין האלקטרון.

28) אפקט זימן 2

כמה קווים ספקטרלים שונים ניתן לראות בעקבות מעברים באפקט זימן הנורמאלי?

29) אפקט זימן 3

אטום דמוי מימן מורכב מאלקטרון אחד וגרעין בעל מסה $3m_p$ ומטען $5e$.

שמים את האטום באזור עם שדה מגנטי חיצוני אחיד שגודלו $2\cdot10^4T$.
מצאו את אורך הגל הקצר ביותר שיוכל להתקבל מהמעבר של האלקטרון מהמצב $2p$ לרמת היסוד.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

תשובות סופיות

1) נכונה.

2) $1.04\,\text{eV}$, האנרגיה לא תשתנה.

3) ד

4) נכונה.

5) $\frac{d}{\sqrt{2m\left(E+qv\right)}}$

6) 0.0243

7) לא

8) נכונה

9) 50MHz

10) נכונה

11) לא

12) לא

13) תגדל.

14) יקטן.

15) לא משתנה.

16) $2\int_{b}^{\infty}\left(\pi b^{2}\right)^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{x^{2}}{b^{2}}}dx$

17) שווה לאחד.

18) נכונה

19) לא , אלא אם ψ_1 ו-ψ_2 הם מצבים מנוונים.

20) לא

21) לא

22) לא

23) לא

24) 5 מעברים.

25) הזווית אפשרית.

26) $\frac{17}{21}$

27) 718 T

28) 3 קווים.

29) 48.4 אנגסטרום.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – מני גבאי ©

תרגילים בתורת הקוונטים:

שאלות:

1) תרגיל - בור סופי

חלקיק בעל מסה m משוחרר ברגע $t=0$ בתוך בור פוטנציאל סופי בגובה V_0.

כלומר פוטנציאל מהצורה: $V(x)=\begin{cases}0 & 0\le x\le l\\ V_0 & \text{אחרת}\end{cases}$

פונקציית הגל ב $t=0$ היא

$$\psi(x,t=0)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi}{l}x\right) & 0\le x\le l\\ 0 & \text{אחרת}\end{cases}$$

א. מהו ערך התוחלת (ערך תצפית/ממוצע) של אנרגיית החלקיק ב $t=0$?
ב. האם ערך התוחלת של האנרגיה ישתנה בזמן? נמקו.
ג. האם פונקציית הגל של החלקיק היא פונקציה עצמית של ההמילטוניאן?
ד. האם פונקציית הגל תשתנה כתלות בזמן? אם כן הסבירו איכותית כיצד ניתן לחשב את פונקציית הגל כתלות בזמן. אם לא הסבירו את שיקולכם.
ה. מהו התנאי על נתוני הבעיה המתאר מצב קשור (כלומר מצב שבו החלקיק לא יכול להגיע לאינסוף)?

2) תרגיל - חלקיק בחלק שמאלי של בור אינסופי

חלקיק נמצא בתוך בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l. מצב החלקיק ב $t=0$ הוא $\psi(x)=\alpha\phi_1(x)+\beta\phi_2(x)$ כאשר $\phi_1(x)$ ו- $\phi_2(x)$ הן המצבים העצמיים של רמת היסוד והרמה הראשונה בבור.
α ו- β קבועים נתונים.

א. מהי ההסתברות שהחלקיק נמצא בחצי השמאלי של הבור ב $t=0$?
ב. מצאו את ההסתברות שהחלקיק נמצא בחלק השמאלי כתלות בזמן?
ג. אילו ערכים יכולים להתקבל במדידת האנרגיה של החלקיק? מהו הערך הממוצע של האנרגיה ב $t=0$?
ד. חזרו על סעיף ג' עבור $t>0$.

3) תרגיל - בור חצי אינסופי

חלקיק בעל מסה m נמצא תחת פוטנציאל של בור חצי אינסופי, כלומר:

$$V(x)=\begin{cases}\infty & x\geq 0\\ 0 & -l\leq x<0\\ V_0 & x<-l\end{cases}$$

יש לבטא את התשובות באמצעות הנתונים בשאלה וקבועי הטבע.

עבור חלקיק המגיע משמאל לבור עם אנרגיה $E>V_0$

א. מהו הסיכוי להחזרה של החלקיק מהבור? מה היחס בין מספר הגל של החלקיק מחוץ לבור ובתוך הבור?

ב. מהי פונקציית הגל של החלקיק? (מצאו את הקבועים של הפונקציה כביטוי של הקבוע של פונקציית התנועה משמאל)

עבור חלקיק עם אנרגיה $E<V_0$

ג. מהן האנרגיות המותרות במערכת? ניתן להשאיר משוואה סתומה עם האנרגיה כנעלם יחיד.

4) מציאת פוטנציאל בהינתן פונקציית גל

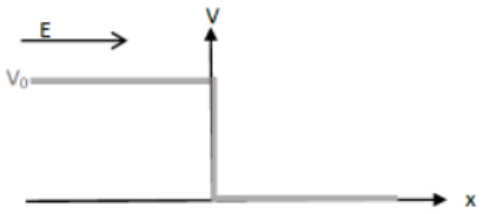
נתון ההמילטוניאן של מערכת חד מימדית מהצורה: $H=\frac{P^2}{2m}+V(x)$

נתון כי אנרגית רמת הייסוד היא אפס ופונקציית הגל של רמת הייסוד היא

$$\psi_0(x)=\frac{A}{\sin h(x)}$$

כאשר A קבוע נרמול. מצאו את $V(x)$.

5) פיזור ממדרגה הפוכה



אלומת חלקיקים בעל מסה m ואנרגיה E מגיעה משמאל ופוגשת מדרגת פוטנציאל "הפוכה":

$$E>V_0 \qquad V=\begin{cases}V_0>0 & x<0\\ 0 & x>0\end{cases}$$

א. רשמו את משוואת שרדינגר בכל המרחב ופתרו אותה.
ציירו סכמתית את פונקציית הגל בכל המרחב.

ב. מצאו את מקדם ההחזרה והראו כי ניתן לבטא אותו בעזרת:

$$R=\left(\frac{1-\sqrt{1-\frac{V_0}{E}}}{1+\sqrt{1-\frac{V_0}{E}}}\right)^2$$

ג. נויטרון בעל אנרגיה קינטית 4MeV פוגע בגרעין מסוים.
נתון כי ההסתברות של הנויטרון להירתע ולא לחדור כלל לתוך הגרעין היא 0.25.
בהנחה כי המצב המתואר בסעיפים הקודמים הוא קרוב טוב לבעיה זו, מהי האנרגיה הפוטנציאלית בבעיה?

6) ניוון באוסילטור דו מימדי

ההמילטוניאן של אוסילטור הרמוני דו מימדי נתון לפי :

$$H=\frac{P_x^2+P_y^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega_1^2X^2+\frac{1}{2}m\omega_2^2Y^2$$

כאשר $\omega_1 \neq \omega_2$ נתון כי לרמת הייסוד אנרגיה E_0 ולרמה המעוררת הראשונה אנרגיה $\frac{5}{3}E_0$. מהו הניוון של הרמה המעוררת השניה?

7) מדידת ספין ב zxz

פונקציית הגל של חלקיק עם ספין חצי נתונה בבסיס S_z לפי :

$$\sqrt{\frac{3}{5}}|1/2>+\sqrt{\frac{2}{5}}|-1/2>$$

מודדים את רכיב ה z של הספין ואחרכ את רכיב ה x ואחר״כ שוב את רכיב ה z של הספין. מה ההסתברות לקבל $\frac{1}{2}\hbar$ במדידה האחרונה?

8) שלושה מצבים עם שלוש אנרגיות

נתון חלקיק בעל ספין 1 . ידוע שלאנרגיה של החלקיק שלושה מצבים שונים בלבד E_0 , E_1 ו- E_2 . ידוע גם כי אם החלקיק במצב ספין |1> אז ההסתברות למדוד אנרגיה E_0 היא $\frac{1}{2}$ וההסתברות למדוד את האנרגיה E_1 היא $\frac{1}{2}$. עוד ידוע שאם החלקיק במצב ספין |0> אז ההסתברות למדידת כל אחד מערכי האנרגיה שווה. מהן ההסתברויות למדידת כל אחד מערכי האנרגיה אם החלקיק במצב ספין |-1>?

9) המילטוניאן AA דגר

נתון ההמילטוניאן :

$$H=\frac{1}{2m}\left(iP-\hbar f(X)\right)\left(-iP-\hbar f(X)\right)$$

כאשר $f(x)$ פונקציה ממשית.

א. רישמו את ההמילטוניאן בצורה $H=\frac{1}{2m}AA^{\dagger}$, הראו כי הוא הרמיטי וכי האנרגיות העצמיות הן אי שליליות.

ב. נתון כי $f(x)=Cx^{2n-1}$ עבור $n\geq 1$ שלם ו- C חיובי. מהי פונקצית הגל של האנרגיה אפס (עד כדי קבוע נרמול)?

10) אופרטור העלאה והורדה להמילטוניאן

נתונים שני אופרטורים המקיימים:

$$[H_0,B]=-cB \text{ ו } [H_0,A]=cA$$

א. הראו כי אם $|\psi_n>$ היא פונקציה עצמית של H_0 אז גם $A|\psi_n>$ ו- $B|\psi_n>$ הן פונקציות עצמיות של H_0 .

ב. נתון כי אנרגיית רמת היסוד היא E_0 וש $B|\psi_n>=0$ רק עבור רמת היסוד וגם ש $A|\psi_n>\neq 0$. אילו ערכי אנרגיה ניתן למדוד?

ג. נתון כי AB הרמיטי. עבור ההמילטוניאן:

$$H=H_0+\alpha AB$$

כאשר $\alpha>0$ הוא קבוע נתון. אילו אנרגיות של H יהיו שונות מאלו של H_0 ?

ד. נתון כי $A|\psi_n>$ ו- $B|\psi_n>$ מנורמלים. מהו הערך המוחלט של השינוי ברמות האנרגיה של הסעיף הקודם?

11) המילטוניאן עם אופרטור סיבובי כללי

נתונים האופרטורים A_1 , A_2 ו- A_3 המקיימים את יחסי החילוף הבאים $[A_i,A_j]=i\varepsilon_{ijk}A_k$ כאשר ε_{ijk} הוא סימן לוי-צ׳ויוויטה.

נתון ההמילטוניאן $H=\alpha A_3^2+\beta(A_1^2+A_2^2)$ כאשר α ו- β הם מספרים ממשיים.

א. מהן רמות האנרגיה של המערכת?

מוסיפים להמילטוניאן תיקון מהצורה $H'=\lambda(A_1^2-A_2^2)$.

ב. מה התיקון מסדר ראשון לכל אחת מרמות האנרגיה?

12) בור עם מדרגה באמצע

חלקיק בעל מסה m נמצא תחת השפעת הפוטנציאל הבא:

$$V(x)=\begin{cases}\infty & x<0\\ 0 & 0\leq x\leq L\\ V_0 & L\leq x\leq 2L\\ 0 & 2L\leq x\leq 3L\\ \infty & x>3L\end{cases}$$

מצב החלקיק ב- $t=0$ הוא:

$$\psi(x,t=0)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) & 2L<x<3L\\ 0 & else\end{cases}$$

א. חשבו את ערך התצפית של אופרטור האנרגיה כתלות בזמן $<H(t)>$.
נמדוד מספר מערכות זהות למערכת המתוארת למעלה במקביל.
האם בכל המערכות נמדוד את אותה אנרגיה? הסבירו.

ב. מהו ערך התצפית של אופרטור המקום ברגע $t=0$? האם ערך תצפית זה ישתנה בזמן? הסבירו.

ג. כתבו את פונקציית הגל ב- $t=0$ כסופרפוזיציה של שני מצבים עצמיים של אופרטור התנע. מהו ערך התצפית של אופרטור התנע ב- $t=0$?

ד. כעת התייחסו לפוטנציאל V_0 כאל הפרעה קטנה.
מהי רמת האנרגיה המעוררת הראשונה במערכת בפיתוח עד לסדר ראשון בתורת ההפרעות?
מהו התנאי על הפוטנציאל V_0 כך שניתן להשתמש בתורת ההפרעות?

13) סופרפוזיציה 3 ו-4 באוסילטור הרמוני

חלקיק נמצא תחת פוטנציאל של אוסילטור הרמוני קוונטי.
מצב החלקיק נתון לפי פונקציית הגל הבאה:

$$\psi(x)=c_1\phi_3(x)+c_2\phi_4(x)$$

כאשר c_1 ו- c_2 הם קבועים ממשיים ו- ϕ_3, ϕ_4 הן הפונקציות העצמיות של ההמילטוניאן של אוסילטור הרמוני חד מימדי עבור $n=3,4$ בהתאמה.
נתון כי ההסתברות של החלקיק להיות במצב ϕ_4 גדולה פי 2 מההסתברות שלו להיות במצב ϕ_3.

א. חשבו את המקדמים c_1 ו- c_2.

ב. מה ערכי האנרגיה האפשריים של החלקיק?
מהו ערך התצפית של האנרגיה?

ג. מהי האנרגיה הפוטנציאלית ומהי האנרגיה הקינטית של החלקיק?

ד. על החלקיק בוצעה מדידה ונמצא כי האנרגיה שלו היא: $\frac{9\hbar\omega}{2}$,
לאחר זמן מה בוצעה מדידה נוספת, מהן התוצאות האפשריות למדידה זו?

הסבירו כיצד התשובה מסתדרת עם עיקרון אי הודאות באנרגיה ובזמן $\Delta E\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.

ה. כעת נתון כי החלקיק נמצא ברמת היסוד ומסיפים להמילטוניאן הפרעה קטנה מהצורה: $H' = A_3x^3 + A_4x^4$.
חשבו את התיקון הראשון לאנרגיית רמת הייסוד של החלקיק.
העזרו ב:

$$\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} \qquad \hat{x} = \frac{1}{\sqrt{2}\alpha}\left(\hat{a} + \hat{a}^\dagger\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}dx = \sqrt{\pi} \qquad \phi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{\frac{-(\alpha x)^2}{2}}$$

$$\hat{a}^\dagger|\psi_n\rangle = \sqrt{n+1}|\psi_{n+1}\rangle \qquad \hat{a}|\psi_n\rangle = \sqrt{n}|\psi_{n-1}\rangle$$

14) ניתוח רמה באטום המימן

פוטון באורך גל של: $6562.79\cdot10^{-10}m$ נפלט מאטום מימן.

א. מצאו מאיזו לאיזו רמה נפלט הפוטון וחשבו את רדיוס מסלול האלקטרון, על פי מודל בוהר, אחרי הפליטה.

ב. על פי מודל שרדינגר ובהנחה שהתנע הזוויתי המסלולי הוא אפס, רשמו את פונקציית הגל המלאה של האלקטרון אחרי הפליטה.
(העזרו בנוסחאות).

ג. חשבו מהו המרחק המסתבר ביותר שבו ניתן למצא את האלקטרון.
יש להגיע למשוואה עם r^3, אין צורך לפתור אותה.

ד. חשבו מהו ערך התצפית של מרחק האלקטרון מהגרעין $\langle r\rangle$ ברמה זו?

$$\int_0^{\infty} x^n e^{\frac{-x}{a}}dx = a^{n+1}\cdot n!$$

ה. הסבירו את ההבדל בין סעיף ג' ל-ד'.

ו. כעת נניח שהאטום נמצא תחת שדה חשמלי חלש E_0 בכיוון z,
חשבו את התיקון מסדר ראשון לרמת האנרגיה של האלקטרון.
ההמילטוניאן של השדה הוא: $H' = eE_0z$, כאשר e הוא מטען האלקטרון.

15) הפרעה באטום המימן

נתון המילטוניאן של אטום המימן עם הפרעה.

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{ke^2}{r} + \lambda\frac{\delta(r)}{r^2}$$

אילו רמות אנרגיה יקבלו תיקון השונה מאפס בסדר ראשון של λ?

תשובות סופיות:

1)

א. $\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$

ב. לא ישתנה , לפי משפט ארנפסט

ג. הפונקציה אינה פונקציה עצמית כי היא לא מקיימת את התנאי של רציפות הנגזרת בשפה

ד. מכיוון שפונקציית הגל אינה פונקציה עצמית של ההמילטוניאן היא תשתנה עם הזמן, בשביל למצא את ההתפתחות בזמן יש למצא את הפונקציות העצמיות ולרשום את פונקציית הגל כקומבינציה לינארית של הפונקציות העצמיות. משם לפתח כל פונקציה עצמית בזמן.

ה. $\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2} < V_0$

2)

תשובות

3)

תשובות

א) מכיוון שהפוטנציאל אינסוף בראשית החלקיק מחויב לחזור, ולכן R=1

$$\frac{k_2}{k_1}=\sqrt{1-\frac{V_0}{E}}$$

ב)

$$B = A\frac{ik_2\sin(k_2\ell)+k_1\cos(k_2\ell)}{ik_2\sin(k_2\ell)-k_1\cos(k_2\ell)}e^{-2ik_1\ell}$$

$$C=\frac{Ak_2e^{ik_1\ell}}{k_1\cos(k_2\ell)-ik_2\sin(k_2\ell)}$$

$$D=-C$$

ג)

$$\sqrt{\frac{E}{V_0-E}}=-\tanh\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}\ell\right)$$

4) $V(x)=\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1+\cosh^2(x)}{\sinh^2(x)}\right]$

5) א.

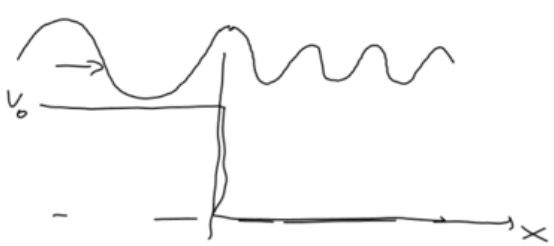
$x<0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+V\psi=E\psi$$

$$\psi_2(x)=Ae^{ik_2x}+Be^{ik_2x}$$

$$k_2=\frac{2m(E-V_0)}{\hbar}$$

$k_R=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$



$x>0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}=E\psi$$

$$\psi_R(x)=Ce^{ik_Rx}$$

$$k_R=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

ב. הוכחה.

ג. $V_0\approx 32\text{MeV}$

6) 2

7) 0.5

8)

9) א. הוכחה בסרטון

ב. $\psi_0(x) = \alpha e^{-\frac{c}{2n}x^{2n}}$

10) א. הוכחה בסרטון

ב. $E_n = E_0 + nc$

ג. כל האנרגיות מלבד E_0

ד. α

11) א. $E_{lm} = \alpha m^2 + \beta(l(l+1) - m^2)$

ב. 0

12) א. $< H(t) >= \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$, החישוב נותן רק ערך ממוצע של הרבה מדידות של מערכות זהות, יש אינסוף ערכים אפשריים של אנרגיה שניתן לקבל במדידה ספציפית.

ב. $< x(t=0) >= 2L$, ישתנה בזמן כי הוא לא מתחלף עם ההמילטוניאן.

ג. $\psi(x,t=0) = \frac{1}{2i}\left(e^{i\frac{\pi}{L}x} - e^{-i\frac{\pi}{L}x}\right)\sqrt{\frac{2}{L}}$, $< p(t=0) >= 0$

ד. $V_0 << \frac{\hbar^2}{mL^2}$, $E'_2 = \frac{2\pi^2\hbar^2}{9mL^2} + \frac{V_0}{3}\left(1 - \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)$

13) א. $c_1 = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$, $c_2 = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$ ב. $E_3 = \frac{7}{2}\hbar\omega$, $E_4 = \frac{9}{2}\hbar\omega$, $< E >= \frac{25}{6}\hbar\omega$

ג. $< U >=< E_k >= \frac{25}{12}\hbar\omega$ ד. $E = \frac{9}{2}\hbar\omega$ ה. $\frac{A_4}{4\alpha^4}$

14) א. $n = 3 \to n = 2$, $r = 2.1\cdot 10^{-10} m$

ב. $\psi(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{2\sqrt{2}a^{\frac{3}{2}}}\left(2 - \frac{r}{a}\right)e^{-\frac{r}{2a}}\frac{l}{\sqrt{4^{\frac{1}{11}}}}$

ג. $-r^3 + 8r^2a - 16ra^2 + 8a^3 = 0$ ד. $6a$

ה. אם נעשה מספר רב של מדידות על מערכות זהות אז הכי הרבה אלקטרונים יצאו לפי התוצאה של הערך המסתבר ביותר. הערך הממוצע של כל המדידות

תהיה התוצאה בסעיף ד' והן לא יהיו זהות.

ו. $E_2^{(1)} = 0$

15) האנרגיות של $l = 0$ יקבלו תיקון שונה מאפס בסדר ראשון