# מכניקה לתעשייה וניהול

## פרק 18 - תרגילים ברמת מבחן

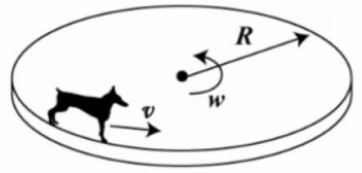
### תוכן העניינים

1. שאלות הבנה קצרות ..... 1
2. תרגילים ברמת מבחן ..... 4

# שאלות הבנה קצרות:

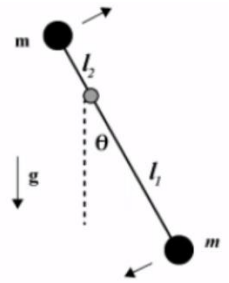
## שאלות:

**1) עזית הכלבה הצנחנית**




עזית הכלבה הצנחנית רצה במהירות $v$.
כעת עזית מונחת על דיסקה במהירות $\omega$
בעלת רדיוס $R$.
מהו מקדם החיכוך המינימלי שצריך להיות בין עזית לדיסקה על מנת למנוע את החלקתה של עזית?

**2) זמן מחזור למטוטלת של שתי מסות**




מטוטלת בנויה משתי מסות וציר כמתואר בשרטוט.
מצא את זמן המחזור של המטוטלת.

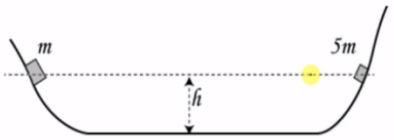
נתון: $2\pi = \omega T \quad , \quad \omega^2 = mg\frac{c}{I}$

**3) שחיין ממהר להגיע לקצה**




שחיין מנסה לשחות בין שתי גדות הנהר.
השחיין שוחה במהירות $V$ (ביחס למים כמובן)
והנהר זורם במהירות $Z$.
לאיזה כיוון השחיין צריך לשחות, על מנת לשמור על כוחותיו ולהגיע במהירות מירבית לגדת הנהר?

**4) שני בולים מתגלשים ומתנגשים**

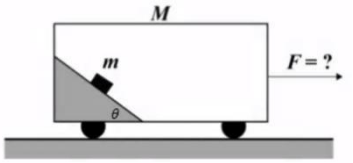



שני הבולים שבשרטוט נעזבים בו זמנית ומתנגשים התנגשות אלסטית.

א. חשב מה יהיה שיא הגובה של הבולים אם נתון כי מסת הבול הימני גדולה פי 5 ממסת הבול השמאלי.

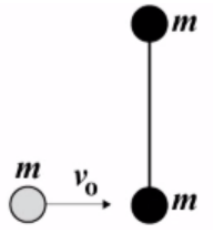
ב. חזור על החישוב במקרה של התנגשות פלסטית.

**5) מסה נייחת בכוח מדומה**




קרון בעל מסה $M$ נמשך במהירות $F$.
בתוך הקרון קיים מדרון חלק חסר מסה ועליו מונחת מסה $m$.
מצא את הכוח $F$, אם נתון כי המסה $m$ נייחת ביחס למדרון.

**6) תנע זוויתי אלסטי ופלסטי**




שלושה כדורים מונחים על גבי שולחן חלק כמתואר בשרטוט.
שני גופים מחוברים ביניהם במוט חסר מסה באורך $d$,
והמסה השלישית נעה במהירות נתונה אל עבר שני הגופים,
ומתנגשת התנגשות אלסטית.
מה תהיה מהירות הכדור הפוגע לאחר ההתנגשות?
כיצד הייתה משתנה תשובתך אם היה מדובר בהתנגשות פלסטית?

**7) נחש יוצא מכד**

בתוך כד, נח לו נחש בעל מסה $M$ ואורך $L$.
ברגע $t_0 = 0$, הנחש מעוניין לצאת מהכד, ומתחיל לעלות במהירות קבועה $v$.
מהו הכוח הנורמלי שיופעל על הנחש ברגע $t_0$?

**8) פרה ודיסקה במהירות קבועה**

על משטח המסתובב במהירות קבועה $\omega$, עומדת פרה בעלת מסה $M$.
הפרה מעוניינת להגיע לדשא הנמצא בציר הסיבוב של המשטח.
ידוע כי הפרה נמצאת במרחק $R$ מציר הסיבוב.

א. מהי העבודה שמבצע המשטח על הפרה בדרכה לציר הסיבוב?

ב. מהי עבודת קוריוליס על הפרה בדרכה לציר הסיבוב?

## תשובות סופיות:

1) $\mu = 1$

2) $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{l_1 - l_2}{l_1^2 + l_2^2}}}$

3) השחיין צריך לשחות לכיוון הגדה השנייה.

4) ראה סרטון.

5) $\tilde{F} = (M+m)\cdot a$

6) ראה סרטון.

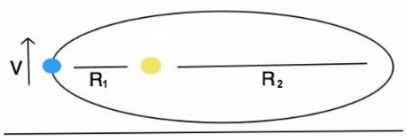
7) $N = Mg + \frac{M}{L}V^2$

8) א. $W = \frac{1}{2}m\omega^2 R^2$ ב. ראה סרטון.

# תרגילים ברמת מבחן:

## שאלות:

**1) ארץ סובב שמש**




כדור הארץ סובב סביב השמש בהקפה אליפטית.
נתונים המרחקים בשיא האליפסה (המרחק הקצר ביותר והארוך ביותר).
נתונה גם מהירות כדור הארץ בנקודה הקרובה ביותר.

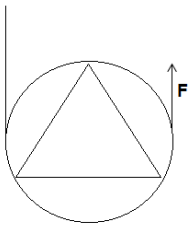
א. מצא את מהירות כדור הארץ בנקודה הרחוקה ביותר.

ב. רשום את משוואת שימור האנרגיה לשתי נקודות אלה.

ג. מצא את מסת השמש, אם נכון קבוע הגרביטציה G.

**2) חישוק ומשולש בתוכו**

נתון גוף הבנוי מחישוק ברדיוס R בעל מסה M, ובתוכו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע 3R ומסתו m. עובי החלקים בגוף זניח וצפיפותם אחידה.




א. מהו מומנט ההתמד של הגוף?

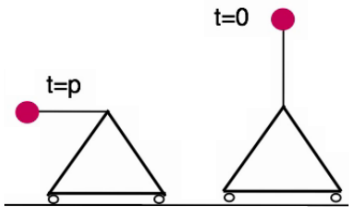
ב. מהו כוח F במצב של שיווי המשקל?

ג. בזמן $t=0$ מתחיל לפעול הכוח F, כך ש- $F=(m+M)3g$. הטבעת מתגלגלת מעלה ללא החלקה.

ד. מצאו את התאוצה הזוויתית של הטבעת.

ה. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף כפונקציה של הזמן?

**3) מסה נופלת על משולש**




נתון משולש שווה צלעות בעל מסה M (צפיפותו אחידה) ועליו מוט חסר מסה ובסופו מסה m.
גודל כל האורכים בשרטוט הוא L.
המשולש מחובר בבסיסו לשני גלגלים קטנים כך שהוא חופשי לנוע לצדדים.
המסה מתחילה ליפול ממנוחה כך שברגע p היא נמצאת מאוזנת לקרקע.
שלושת הסעיפים מתייחסים לרגע זה.

א. מצא את מרכז המסה של העגלה.

ב. מצא את מהירות המסה m.

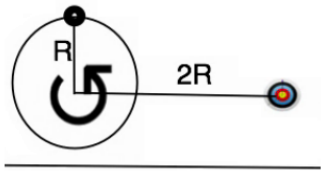
ג. מצא את הנורמלים שמפעילים שני הגלגלים על העגלה.

**4) מתנועה מעגלית לפגיעה במטרה (מבט מלמעלה)**

חוט מסובב מסה ממנוחה עם תאוצה זוויתית.
המתיחות המקסימלית בחוט היא $p$ ומעבר למתיחות זו החוט נקרע.

א. מה צריכה להיות התאוצה על מנת שהמסה תפגע במטרה?

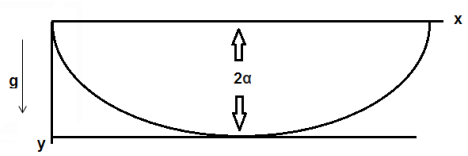
ב. מה תהיה מהירות הפגיעה?




התייחס לנתונים כפי שמופיעים בשרטוט.
השרטוט מתאר את רגע תחילת התרגיל.
על המסה להשתחרר לפני שהיא מסיימת הקפה אחת של המעגל.

**5) תנועה תחת פיי**

גוף נקודתי בעל מסה $m$ נע במסלול ציקלואידי המתואר ע"י: $x=\alpha(\theta-\sin\theta)$ , $y=\alpha(1-\cos\theta)$.




כאשר $\alpha$ קבוע ו-$\theta$ הינו משתנה של הבעיה.
הגוף מתחיל את תנועתו ממנוחה מנק' (0,0),
נע בשדה גרביטציה $g$ כמתואר בשרטוט.
נקודת החוט לאנרגיה הפוטנציאלית תהיה בתחתית המסלול (בנקודה בה: $y=2\alpha$).

א. מהי מהירותו של הגוף בתחתית המסלול?

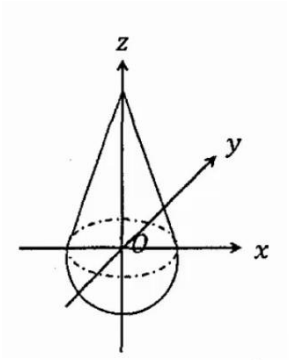
ב. כתבו את משוואת התנועה עבור הגוף $\theta$ לאורך המסלול.
יש לבטא את משוואת התנועה וקבועי השאלה $(g\ ,\ \alpha)$.

ג. פתור את משוואת התנועה של סעיף ב' על פי תנאי ההתחלה
עבור: $x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ \theta(t)$.

ד. הראו שהגוף יבצע תנועה מחזורית עם זמן מחזור המתאים למטוטלת מתמטית בעלת אורך $l$.
מהו $l$ המתאים לבעיה הנ"ל?

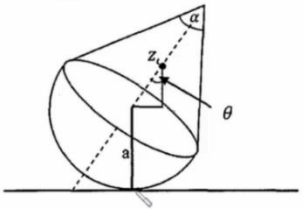
**6) נחום תקום, מבחן ת"א**

גוף מורכב מחרוט בעל זווית מפתח $\alpha$, בסיס הרדיוס $a$ וגובה $h$ היושב על חצי כדור בעל רדיוס דומה כמתואר בשרטוט.
לחצי חרוט ולכדור צפיפות מסה אחידה וזהה $p$.




א. חשב את מרכז המסה של החרוט ביחס לראשית 0 הנמצאת על משטח החיבור בין הגופים.
(ראה ציור עם הגדרת ראשית הצירים).

ב. חשב את מרכז המסה של כל המערכת בהינתן מרכז המסה של חצי כדור: $Z_{c.m}=\frac{-3a}{8}$.




ג. מטים את הגוף הנ"ל בזווית $\theta$ ביחס לאנך.
מהי האנרגיה הפוטנציאלית כתלות בזווית זו?

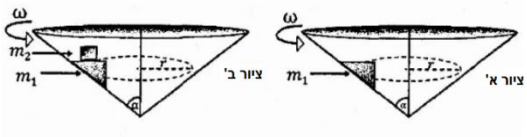
ד. מצאו תחת אילו תנאים (נתונים גיאומטריים $h\ ,a\ ,\alpha$) המערכת תהיה ב:

i. שיווי משקל אדיש $\left(E_p=\text{const}\right)$.

ii. שיווי משקל יציב המאפשר תנודות קטנות.

iii. שיווי משקל לא יציב.

**7) מסות על חרוט, מבחן ת"א**



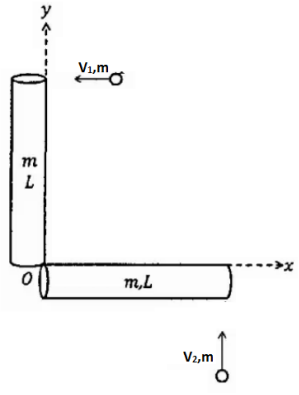

מסה $m_1$ נמצאת בתוך קונוס, בעל זווית מרכזית $\alpha$, המסתובבת במהירות קבועה $\omega$. המסה מחוברת במסילה לקונוס, הגורמת לה להסתובב יחד איתו במהירות קבועה. בנוסף המסה יכולה לנוע מעלה ומטה על הדופן של הקונוס ללא חיכוך.

א. מהו רדיוס הסיבוב $r$ שבו $m_1$ תהיה בשיווי משקל, כלומר המסה המסתובבת לא תנוע מעלה או מטה על גבי דופן הקונוס? (כמתואר בשרטוט א').

ב. כעת מניחים על גבי מסה $m_1$ מסה נוספת, $m_2$ (כמתואר בשרטוט ב'). מקדם החיכוך הסטטי בין המסות הוא $\mu_s$. מהירות הסיבוב של מסה $m_1$ אינה משתנה כתוצאה מהוספת המסה $m_2$ למערכת, ובנוסף המסה החדשה אינה מחליקה על גבי מסה $m_1$.
האם רדיוס התנועה, שבו נמצאת המערכת בשיווי משקל, ישתנה? הסבר.

ג. מהו ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי $\mu_s$ שימנע החלקה בין המסות? הנח כי החלק העליון של $m_1$ הוא אופקי.

**8) כדורים פוגעים במוטות, מבחן ת"א**




שני מוטות דקים וארוכים במנוחה, בעלות מסה $m$ ואורך $L$ כל אחד מחוברים בזווית ישרה בנק' $O$, ראשית הצירים, כמתואר בשרטוט.
שתי המסות $m$ נעות בניצב למוטות ומתנגשות בקצה המוטות במהירות: $\vec{v}_1=-v_0\hat{x}\ ,\ \vec{v}_2=v_0\hat{y}$.
נתון כי בזמן $t=0$ המסות נצמדות למוטות בבת אחת.

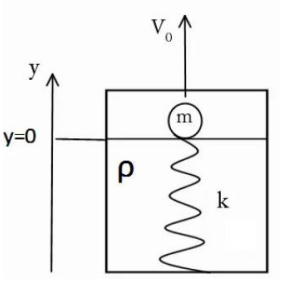
א. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m}(t)$ עבור $t=0$.

ב. מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה $\vec{r}_{c.m}(t)$ עבור $t>0$, ביחס למיקום מרכז המסה בזמן $t=0$ (ברגע הצמדות המסות למוטות):
$\vec{r}_{c.m}(t>0)-\vec{r}_{c.m}(t=0)=?$

ג. מהי המהירות הזוויתית $\omega(t)$ של המערכת בתנועה הסיבובית ביחס למרכז המסה שחושב בסעיף ב' $\vec{r}_{c.m}(t)$ ?

ד. מצאו את וקטור המיקום $\vec{r}(t)$ של הנקודה O, ביחס למיקומה בזמן $t=0$.

**9) מצוף בתנועה הרמונית, מבחן ת"א**




נתונים מסה כדורית קטנה m שרדיוסה R וקפיץ אנכי, אידיאלי וחסר מסה, בעל קבוע קפיץ k.
הקפיץ ממוקם בתוך נוזל צמיגי שצפיפותו $\rho$ וצמיגותו $\eta$.
המצב הרפוי של הקפיץ הוא כאשר הוא בגובה פני הנוזל, כמתואר בשרטוט.
זכרו כי ערכי כוח העילוי וכח סטוקס הם: $\rho Vg$
(כאשר V הוא נפח הכדור) ו- $-6\pi\eta R\dot{y}$, בהתאמה.

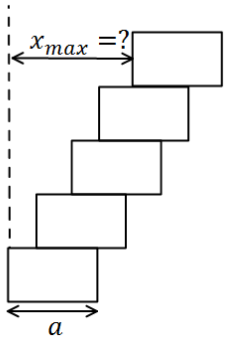
א. כאשר המסה ממוקמת על שפת הנוזל, כמתואר בשרטוט, מעניקים לה מהירות התחלתית $v_0$ כלפי מעלה, מה יהיה הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?

ב. מהי משוואת התנועה של המסה, כאשר היא נעה בתוך הנוזל?
הניחו כי מרגע נגיעת המסה בפני הנוזל כשהכדור נכנס במלואו לנוזל (יש להתעלם משלבי כניסת המסה לנוזל).
כמו כן יש להניח כי פני הנוזל לא השתנו בשל כניסת הכדור לנוזל.
רמז: לפישוט המשוואה, יש לבצע החלפת משתנים.

ג. בהנחת ריסון חלש, מהו הפתרון הכללי של משוואת התנועה בתוך הנוזל?
מהם תנאי ההתחלה של התנועה?
את התשובות הסופיות יש להציג במונחי המשתנה בו השתמשתם לפני החלפת המשתנים.
רמז: בפתרון המד"ר יש להעזר בדף הנוסחאות הנתון.

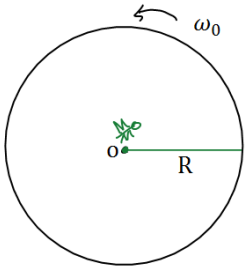
ד. כעבור כמה זמן, מרגע כניסת המסה למים, תחזור המסה לפני המים (המצב המתואר בתחילת סעיף ב')?

**10) מגדל קוביות**




דני מנסה לבנות מגדל מ-5 קוביות זהות בעלות פאה באורך a.
מהו המרחק המקסימאלי הניתן להניח את הקובייה העליונה ביותר כך שהמגדל לא ייפול?
(מדוד את המרחק בין הצלע השמאלית של הקובייה הראשונה לצלע השמאלית של הקובייה העליונה).
רמז: התחל את החישוב מהקובייה העליונה.

### 11) זבוב על דיסקה



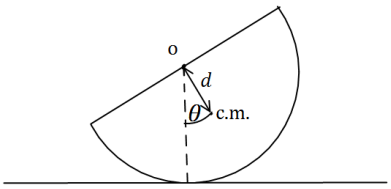

דיסקה עגולה שטוחה שמסתה M ורדיוסה R מסתובבת במהירות זוויתית התחלתית $\omega_0$ סביב מרכזה הנמצא במנוחה על גבי שולחן חסר חיכוך (הדיסקה אינה מחוברת לשולחן!). מתחת למרכז הדיסקה, על השולחן מצוירת נקודה ירוקה (להלן הנקודה O). במרכז הדיסקה ישן זבוב נקודתי ירוק שמסתו m. על הדיסקה קו רדיאלי ירוק.

א. ברגע $t=0$ מתעורר הזבוב והוא מתחיל ללכת על גבי הקו הרדיאלי.
מצאו את מיקום הנקודה O (שעל השולחן) ביחס לזבוב כפונקציה של המרחק h בין הזבוב למרכז הדיסקה.
הניחו כי הזבוב נמצא בראשית, ציר $x$ שלו מכוון בכיוון מרכז הדיסקה וציר $y$ מאונך לו במישור הדיסקה.

ב. מצאו את המהירות הזוויתית של הדיסקה כאשר הזבוב מגיע לשפתה.
בדקו את תשובתכם לסעיף ב' עבור $m << M$ ו- $m >> M$.

ג. אם הזבוב נע במהירות קבועה $V_0$ ביחס לדיסקה, מהו כוח החיכוך בין הזבוב לדיסקה רגע לפני שהזבוב הגיע לשפת הדיסקה?

### 12) חצי כדור בתנועה הרמונית




חצי כדור ברדיוס R ומסה M מונח על משטח.
מסיטים את החצי כדור בזווית קטנה ממצב שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה.
מצא את תדירות התנודות הקטנות אם הכדור מתגלגל ללא החלקה (מרכז המסה של חצי כדור נמצא במרחק: $d=\frac{3}{8}R$ ממרכז הכדור המלא).

### 13) אנרגיה אבודה בהחלקה



על מסוע בעל מקדם חיכוך קינטי נתון מונחת מסה m.
כוח חיצוני מושך את המסוע במהירות קבועה u.
נתון כי המסה הונחה בזמן $t=0$ במנוחה.

א. מהו הכוח המופעל על המסוע?

ב. מהי תאוצת המסה?

ג. כמה זמן תמשך ההחלקה?

ד. מהו המרחק אותו עבר המסוע בזמן זה?

ה. מהו המרחק אותו עברה המסה בזמן זה?

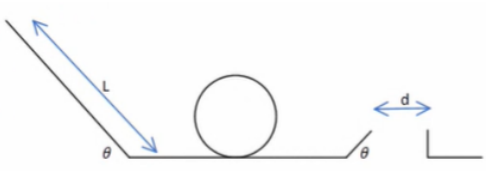
ו. כמה עבודה השקיע הכוח החיצוני?

ז. כמה עבודה השקיע כוח החיכוך?

ח. כמה אנרגיה עבדה לחום?

**14) גולש על סקייטבורד**

גולש על סקייטבורד נכנס למסלול כמתואר בשרטוט.
רדיוס המעגל R, גובהה האנכי של המקפצה גם כן R ואורך הקפיצה הוא d.




א. מהו הגובה המינימלי של L על מנת שהפעלולן ישלים סיבוב במעגל?

ב. מהו הגובה המינימלי של L על מנת שהגולש יחצה בשלום את המקפצה?
כעת נתון כי הגולש יכול לקפוץ מהסקייטבורד בעודו באוויר במהירות אופקית של p יחסית לסקייטבורד, בהנחה שהוא מתחיל מהגובה שמצאנו בסעיף א'.

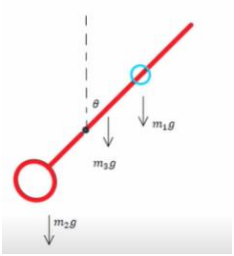
ג. כמה זמן לאחר הקפיצה הגולש צריך להתחיל את הקפיצה על מנת להגיע בדיוק לקצה התעלה?

ד. מהו המרחק המקסימלי אותו הגולש יחצה בשלום?

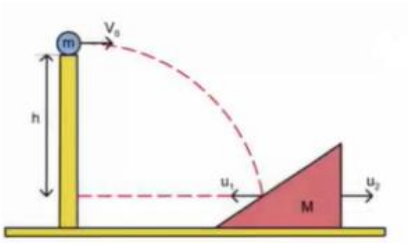
**15) מטרונום**

מצא את תדירות המטרונום שבשרטוט המשתנה על פי מיקום המסה הנעה על גביו.
נתון כי ציר המטרונום נמצא רבע אורך מעל קצהו התחתון.




**16) התנגשות במשולש על רצפה**




מסה m נזרקת במהירות אופקית $v_0$ מראש מגדל.
אחרי שעברה גובה h מנקודת הזריקה, המסה מתנגשת בגוף משולש שנמצא במנוחה ומסתו M.
נתון כי ההתנגשות בין שתי המסות לא אלסטית ובמהלך ההתנגשות אובדת שליש מהאנרגיה הקינטית.
נתון גם כי לאחר ההתנגשות המסה m נעה במהירות אופקית שמאלה $u_1$ והגוף M נע במהירות אופקית ימינה $u_2$.

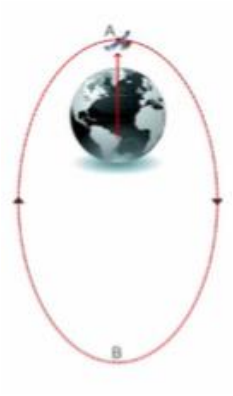
א. מצא את מהירות הפגיעה של המסה m בגוף M, יש למצא גודל ורכיבים בשני הצירים.

ב. מצא את גודל המהירויות של המסות לאחר ההתנגשות $(u_1 , u_2)$.
ידוע כי זמן ההתנגשות הוא $\Delta t$.

ג. מצא את הגודל של הכוח הנורמלי הממוצע שמפעילה הקרקע במהלך ההתנגשות.

**17) לווין יורה זנב בכיוון התנועה**

לווין שמסתו M נע במסלול אליפטי סביב כדור הארץ כך שמרחקו המינימלי ממרכז כדור הארץ הוא $R_A$ ומרחקו המקסימלי הוא $R_B$.




הלווין נע בכיוון השעון (ניתן לראות בשרטוט המצורף).
כאשר הלווין נמצא בנקודה A הלווין מתפרק לשניים ויורה את זנבו בכיוון משיק למסלולו.
מסת הזנב הנורה היא m.
לאחר הירי החלק שנותר מהלווין נכנס למסלול מעגלי סביב כדור הארץ.

$$U_g = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$M_E$ - מסת כדור הארץ.

$R_E$ - רדיוס כדור הארץ.

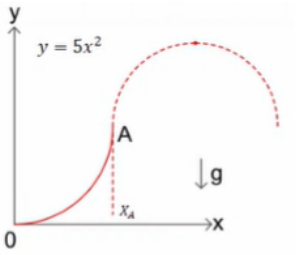
א. הביעו את מהירות הלווין בנקודה A לפני הירי.

ב. הביעו את מהירות שארית הלווין (החלק ללא הזנב) לאחר הירי.

ג. האם הלווין יורה את זנבו ימינה או שמאלה, לאורך המשיק למסלול בנקודהA? נמקו!

ד. הביעו את מהירות זנב החללית מיד לאחר הירי.

**18) עבודה לאורך דרך במסילה**



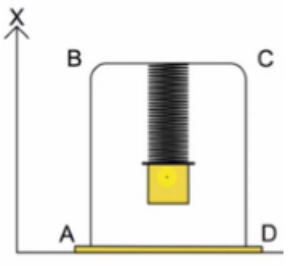

חרוז בעל מסה m מושחל על מסילה חלקה.
המסילה נמצאת במישור XY.
כוח הכובד פועל בכיוון השלילי.
צורת המסילה מתוארת בסרטוט.

א. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית שיש להעניק לחרוז בראשית הצירים כדי שיוכל להגיע לנקודה A?

ב. נותנים לחרוז מהירות התחלתית $v_0$.
מהו שיא הגובה שאליו יגיע החרוז אם נתון כי החרוז עבר את הנקודה A?

ג. כעת, במקום כוח הכובד מופעל על החרוז כוח: $F = \left(x\ ,\ e^{x^2}\right)$
והחרוז משוחרר ממנוחה בראשית הצירים.
מה תהיה מהירות החרוז בקצה המסילה?

**19) מסה וקפיץ בתוך מסגרת**



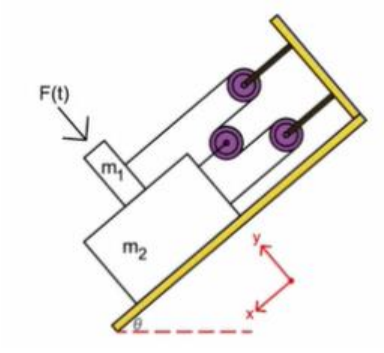

בציור הבא מתואר מתקן ניסוי-מסגרת ABCD ומטוטלת קפיץ שמחוברת למסגרת. קבוע הקפיץ K ומסת המשקולת m נתונים, מסת הקפיץ קטנה מאוד וזניחה.
כל אלו גורמים למשקולת להתנדנד. ידוע כי כשהמשקולת מגיעה לנקודה העליונה אורך הקפיץ ברגע זה הוא המצב הרפוי.

א. מצא את האמפליטודה בתנועה של המשקולת?
בטא את תשובתך בפרמטרים $(K\ ,\ m)$.

ב. תנועת המשקולת מתוארת לפי הפונקציה הבאה: $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$.
הכיוון של ציר ה-$x$ מוגדר בשרטוט. הפרמטר A מסמן את האמפליטודה.
רגע תחילת המדידה הוא ב-$t = 0$. ידוע שבתחילת המדידה המשקולת נמצאת בנקודה $x = 0.9A$ ונעה כלפי מטה.
מצא את הפאזה $\varphi_0$ כביטוי של הפונקציה $x(t)$? בטא את תשובתך בראדיאנים.

ג. המישור התחתון מפעיל כוח נורמלי על מסגרת ABCD בגלל תנודות המשקולת.
כוח זה הוא לא קבוע אלא משתנה עם הזמן. נתונה מסה $m_2$ של המסגרת.
מצא את הגודל המינימלי והמקסימלי של הכוח הנורמלי $(N_{min}\ ,\ N_{max})$.
בטא את תשובתך בפרמטרים $(K\ ,\ m\ ,\ m_2)$.

**20) שתי מסות גלגלת נעה וכוח חיצוני**




שני גופים שמסתם $m_1\ ,\ m_2$ מונחים זה על זה על פני מדרון משופע בזווית $\theta$.
ניתן לראות כמתואר באיור שהגופים תלויים ומחוברים ביניהם בעזרת מערכת גלגלות חסרות מסה.
בין שני הגופים קיים חיכוך בעוד שבין $m_2$ למדרון אין חיכוך.
נתון כי מקדם החיכוך הקינטי בין שני הגופים הוא $\mu_k$.
ברגע $t = 0$ המערכת משוחררת ממנוחה ומתחילה לנוע כך שהגוף הגדול $m_2$ יורד במדרון (בכיוון ציר $x$ החיובי).
ברגע זה מתחיל גם לפעול על $m_1$, כלפי המדרון ובמאונך לו, כוח התלוי בזמן:

$F(t) = \frac{mg}{2}\left(1+\sin(\omega t)\right)$ כאשר $\omega$ הוא קבוע חיובי.

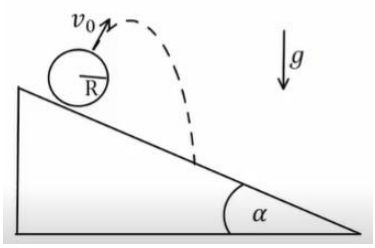
יש להניח ש-$m_2$ מספיק ארוך כדי ש-$m_1$ לא יפול ממנו.

א. יש נמק ולהוכיח כי במערכת הנתונה מתקיים הקשר: $a_1 = -3a_2$.

ב. מצאו את תאוצות הגופים: $a_2(t)$ , $a_1(t)$ כפונקציה של הזמן.
אין צורך לפתור את המשוואות.

ג. מצאו את השינוי $\Delta x$, שחל במרחק שבין הגופים לאורך המדרון, מרגע תחילת התנועה ועד לרגע $t$ כלשהוא.
אין צורך לפתור את המשוואות.

**21) כדור נזרק בשיפוע**




כדור ברדיוס $R = 20_{c.m}$ העשוי מחומר אחיד ואלסטי נזרק במהירות $v_0 = 20\frac{m}{s}$ בניצב למישור חלק (ללא חיכוך), המשופע בזווית $\alpha = 30^\circ$ לאופק.

א. מצא היכן ייפול הכדור על המישור המשופע.

ב. מצא את וקטור המהירות של הכדור מיד לאחר הפגיעה במישור.

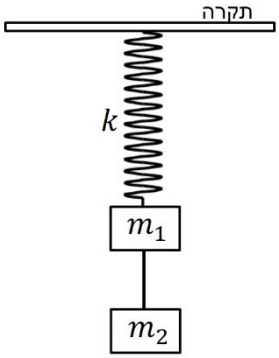
כעת נתון שבין המשטח לכדור יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא $\mu_k = 0.2$, נתון כי ההתנגשות בניצב למישור היא עדין אלסטית.

ג. חזור על סעיף ב'.

ד. מהי המהירות הסיבובית של הכדור אחרי הפגיעה?

ה. מהי מהירות נקודת המגע של הכדור עם המישור מיד לאחר הפגיעה?

**22) מסה קשורה למסה ולקפיץ אנכי**




גוף שמסתו $m_2 = 4kg$ נקשר לגוף נוסף שמסתו $m_1 = 2kg$ בחוט.

הגוף שמסתו $m_1$ קשור לקפיץ אנכי בעל קבוע קפיץ $k = 100\frac{N}{m}$.

המערכת נמצאת בשיווי משקל ובמנוחה.

ב-$t = 0$ נקרע החוט הקושר בין המסות.

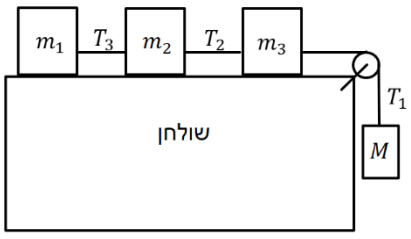
א. מהי משרעת התנודות?

ב. מהו זמן המחזור של התנודות?

ג. מהו הביטוי למיקום כתלות בזמן?

ד. מהי האנרגיה האלסטית האגורה במערכת בנקודת שיא הגובה?

**23) מסה תלויה גלגלת ושלוש מסות על שולחן**




שלוש מסות: $2m_1 = m_2 = m_3 = 15kg$ נמצאות על שולחן אופקי ומחוברות בחוט דק למסה $M = 20kg$.

החוט עובר דרך גלגלת אחידה בעלת רדיוס $R = 15c.m$ ומומנט התמד $I = 0.7kg \cdot m^2$ כמתואר באיור.

החוט אינו מחליק על הגלגלת ואין חיכוך בין המסות $m_1$ , $m_3$ לשולחן.

בין המסה $m_2$ לשולחן ישנו חיכוך ומקדם החיכוך הוא: $\mu_s = \mu_k = 0.23$.

א. מצא את תאוצת המסה M ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה.

ב. מהו יחס המתיחויות $\frac{T_1}{T_3}$ ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה?

ג. כמה זמן ייקח לגלגלת להשלים סיבוב אחד מרגע שחרור המערכת?

## תשובות סופיות:

**1** א. $v_2 = v\frac{R_1}{R_2}$ ב. $\frac{1}{2}mv^2 - G\frac{m\cdot\tilde{M}}{R_1} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{m\cdot\tilde{M}}{R_2}$

ג. $M = \frac{v^2\cdot R_1}{2G\cdot R_2}\cdot(R_1+R_2)$

**2** א. $I_{total} = R^2\left(M+\frac{1}{2}m\right)$ ב. $F = \frac{(m+M)g}{2}$ ג. $a = \alpha R$

ד. $E_{k_{(t)}} = \frac{1}{2}ma^2t^2 + \frac{1}{2}I\alpha^2t^2$

**3** א. $x_M = \frac{ml}{M+m}$ ב. $-v_g = \sqrt{2gl}$

ג. $N_1 = M\cdot g - \left(\frac{\sqrt{3}Mg-4mg}{2\sqrt{3}}\right)$ , $N_2 = \frac{\sqrt{3}Mg-4mg}{2\sqrt{3}}$

**4** א. $\frac{6P}{7\pi Rm}$ ב. $v_\theta = \sqrt{\frac{PR}{m}}$

**5** א. $v_F = 2\sqrt{ga}$ ב. $\dot{\phi}^2 = \frac{g}{a}$ ג. $\phi = \sqrt{\frac{g}{a}}t + c$ ד. $l = 4a$

**6** א. $Z_{c.m} = \frac{h}{4}$ ב. $Z_{c.m} = \frac{h^2-3a^2}{4h+8a}$ ג. $U(\theta) = m_T g Z_{c.m}\cos\theta$

ד. i. $h = \sqrt{3}a$ ii. $h < \sqrt{3}a$ iii. $h > \sqrt{3}$

**7** א. $R = \frac{g}{\tan\alpha\cdot\omega^2}$ ב. r לא משתנה. ג. $\mu_s \geq \frac{1}{\tan\alpha}$

**8** א. $\vec{r}_{c.m} = \frac{3}{8}L(1,1)$ ב. $\vec{r}_{c.m} = \frac{v_0 t}{4}(\hat{y}-\hat{x})$ ג. $\omega = \frac{30}{37}\frac{v_0}{l}$

ד. $\vec{r}_O = \frac{v_0 t}{4}(\hat{y}-\hat{x}) + \frac{3l}{8}\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{30}{37}\frac{v_0}{l}t+\frac{5\pi}{4}\right)\hat{x} + \sin\left(\frac{30}{37}\frac{v_0}{l}t+\frac{5\pi}{4}\right)\hat{y}\right)$

**9** א. $h = \Delta x = \frac{-mg+\sqrt{(mg)^2+kmv_0^2}}{k}$ ב. $\ddot{z}+\frac{\lambda}{M}\ddot{z}+\frac{k}{M}z = 0$

ג. $z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t}\cos\left(\left(\sqrt{\frac{k}{M}-\frac{\frac{\lambda}{M}^2}{4}}\right)t+\varphi\right)$ , $y(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{\alpha}t}\cos(\omega t+\varphi)+y_0$ ,

$y(0)=0$ , $\dot{y}(0) = -v_0$

ד. $0=\frac{g\left(m-\rho V\right)}{k}\sqrt{1+\left(\frac{\Gamma}{2\omega}+\frac{kv_0}{\omega g\left(m-\rho V\right)}\right)^2}$

$$e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\cos\left(\omega t-\tan^{-1}\left(\frac{\Gamma}{2\omega}+\frac{kv_0}{\omega g\left(m-\rho V\right)}\right)\right)-\frac{g\left(m-\rho V\right)}{k}$$

**10** $x_{max}=\frac{25a}{24}$

**11** א. $x_0=\frac{Mh}{M+m}$ ב. $\omega_p=\frac{\left(M+m\right)^2\omega_0}{3m^2+4mM+M^2}$ ג. ראה סרטון.

ד. $f_s=-\frac{mM\left(M+m\right)^3\omega_0^2R}{\left(3m^2+4mM+M^2\right)^2}\hat{r}+mMv_0\omega_0\left(\frac{\left(M+m\right)2}{3m^2+4mM+M^2}-\frac{4m}{\left(M+3m\right)^2}\right)\hat{\theta}$

**12** $\omega_0=\sqrt{\frac{15g}{26R}}$

**13** א. $F_{ext}=\mu mg$ ב. $a'=\mu g$ ג. $T=\frac{u}{\mu g}$ ד. $x=u\cdot\frac{u}{\mu g}$

ה. $x'=\frac{1}{2}\mu g\cdot\left(\frac{u}{\mu g}\right)^2$ ו. $W=mu^2$ ז. $W'=\frac{1}{2}mu^2$ ח. $\Delta E=mu^2-\frac{1}{2}u^2$

**14** ראה סרטון.

**15** $\frac{-\left(-m_1g\left(x-\frac{L}{4}\right)+m_2g\frac{L}{4}-m_3g\frac{L}{4}\right)\theta}{I}=\ddot{\theta}$

**16** ראה סרטון.

**17** ראה סרטון.

**18** א. $\frac{1}{2}mv_i^2=mgh$ ב. $mgh+\frac{1}{2}mv_y^2=mgH$

ג. $\frac{1}{2}x_A^2+5\left(e^{\frac{1}{5}\left(5x_1^2\right)}-e\right)=\frac{1}{2}mv_s^2$

**19** א. $\Delta=\frac{mg}{K}=A$ ב. $\varphi_0=\pi-1.12\approx2$

ג. $N_{min}=m_2g$ , $N_{max}=m_2g+2m_1g$

**20** א. שאלת הוכחה. ב. ראה סרטון. ג. $\Delta=\frac{4}{3}x_{1(t)}$

**21** א. $x\left(t\right)\approx53.3\frac{m}{sec}$ ב. $\vec{v}=23.1\frac{m}{sec}\hat{x}+20\frac{m}{sec}\hat{y}$

ג. $u_x=17.1\frac{m}{sec}$ ד. $\omega_F=-75\frac{rad}{sec}$ ה. $v_{Ax}=2.1\frac{m}{sec}$ , $v_{Ay}=20\frac{m}{sec}$

**22)** א. $A = 0.4m$ ב. $T \approx 0.89sec$ ג. $y(t) = 0.4\cos\left(\sqrt{50}t + 0\right) + 0.2$

ד. $Uel = 2J$

**23)** א. $a \approx 1.87 \frac{m}{sec^2}$ ב. $\frac{T_1}{T_3} \approx 11.63$ ג. $t \approx 1sec$