פיזיקה 1 מספר קורס 4311310 ו 4611110

פרק 12 - תנע זוויתי -

תוכן העניינים

1. נוסחאות וחוקי שימור 1
2. תנע זוויתי ביחס למרכז מסה 5

נוסחאות וחוקי שימור:

רקע

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף
$\vec{p}$ - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי L=mvd כאשר d זה המרחק האפקטיבי

הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

חוק שימור התנע הזוויתי:
אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

סיכום חוקי שימור:
תנע - $\sum \vec{F}_{ext} = 0$
אנרגיה - האם כל הכוחות משמרים?
תנ"ז - $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$

שאלות:

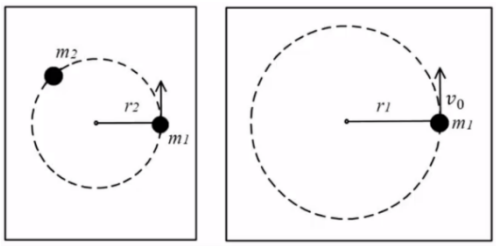
1) תנ"ז בזריקה משופעת

אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות v_0 ובזווית α,
כוח הכובד שפועל על האבן $\vec{F} = -mg\hat{y}$.

א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?
ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?
ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

2) גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה m_1 מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן.



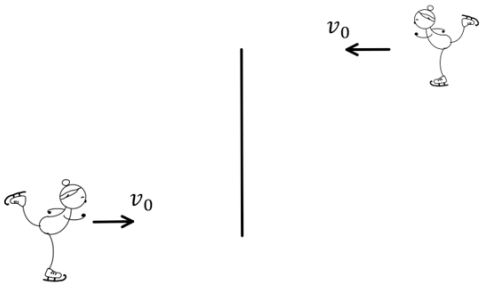
המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע r_1 ובמהירות קבועה v_0 .

ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה r_2 והמסה מסתובבת שוב בתנועה מעגלית קבועה.

רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת m_2 במסלול של m_1 והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית.

מצאו את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.

3) שתי מחליקות על הקרח



שתי מחליקות תאומות בעלות מסה זהה m מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות v_0 .

המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין הקווים הוא d . באמצע ביניהן שמים חבל.

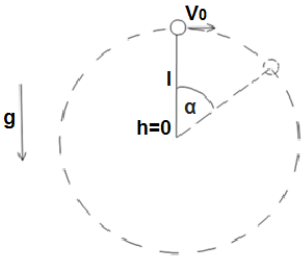
כאשר הן מגיעות לחבל, שתיהן תופסות את החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.

א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?

ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק ביניהן הוא $\frac{d}{2}$.

מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.

4) כדור מסתובב אנכית



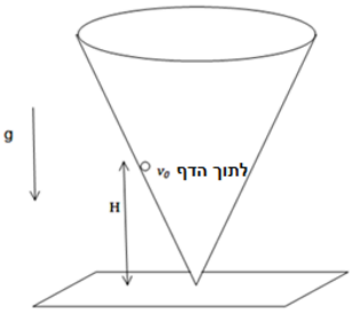
כדור בעל מסה m מחובר לחוט בעל אורך l ומסתובב במעגל אנכי.

נתון כי מהירת הכדור בשיא הגובה היא v_0 .

א. מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית α .

ב. מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית α .

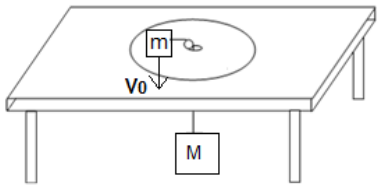
5) כדור בתוך חרוט



כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח.
נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא v_0
בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט.
גובהו ההתחלתי H.
מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור
(החרוט אינו זז).
הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית
על h אין צורך לפתור אותה.

6) כדור מסתובב מחובר למסה תלויה

מסה m נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות
חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה M התלויה באוויר.
אורך החוט הוא L. נתון כי ב- $t=0$ המסה M
נמצאת במנוחה והמסה m נמצאת במרחק R
ממרכז הלוח, במהירות התחלתית v_0,
בכיוון מאונך לרדיוס.
רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי
ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל r,
מרחק המסה m ממרכז השולחן.



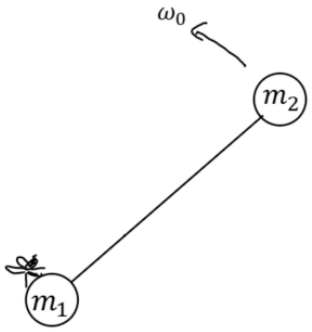
7) מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס

הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת
הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס.

8) תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא
תלוי בנקודת הייחוס.

9) זבוב הולך על מוט*



שתי מסות נקודתיות m_1 ו-m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך d.
על המסה m_1 נמצא זבוב בעל מסה m_3.
כל המערכת נמצאת על שולחן אופקי ומסתובבת סביב מרכז המסה שלה במהירות זוויתית קבועה ω_0.
ברגע מסוים הזבוב מתחיל ללכת על המוט במהירות v ביחס למוט ונעצר כאשר הוא מגיע למרכז המסה של שלושת הגופים (שימו לב שהמוט לא מחובר לשולחן).
מהי המהירות הזוויתית של המערכת כאשר הזבוב נעצר?

תשובות סופיות:

1) א. $-\frac{1}{2}gt^2v_0m\cos\alpha\hat{z}$ ב. $-mgv_0\cos\alpha t\hat{z}$ ג. שאלת הוכחה.

2) $u=\frac{m_1r_1v_0}{r_2(m_1+m_2)}$

3) א. $\omega'=\frac{2v_0}{d}$ ב. $\omega''=\frac{8v_0}{d}$

4) א. $\sum\vec{\tau}=-mgl\sin\alpha$ ב. $\vec{L}=lmv(-\hat{z})$

5) $(2gH+v_0^2)h^2_{max}+2gh^3_{max}+v_0^2H^2$

6) $a+br+\frac{c}{r^2}=r\ddot{\theta}$

7) שאלת הוכחה.

8) שאלת הוכחה.

9) $\omega'=\frac{(m_1+m_3)(m_1+m_2)}{m_1(m_1+m_2+m_3)}\omega_0$

תנע זוויתי ביחס למרכז מסה:

רקע

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

$\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

$\vec{L}_{c.m.}$ - התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר מה התנ"ז של כל גוף במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

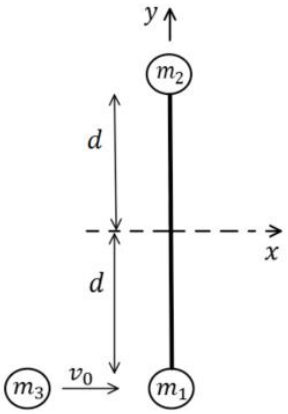
שאלות:

1) מסה מתנגשת במוט עם שתי מסות

שתי מסות נקודתיות m_1 ו-m_2 מחוברות באמצעות מוט חסר מסה באורך $2d$. המערכת נמצאת במנוחה על שולחן אופקי חסר חיכוך (שתי המסות על השולחן, המוט אופקי). מסה שלישית m_3 נעה במהירות v_0 ומתנגשת התנגשות פלסטית במסה m_1 .

נסמן את רגע ההתנגשות ב-$t = 0$.

$d = 3m\,, v_0 = 6\frac{m}{sec}\,,\ m_1 = m_2 = m_3 = 0.2kg$.



א. חשבו את מיקום מרכז המסה ברגע $t_1 = 0.5sec$ ביחס לראשית הנמצאת במרכז המוט בהתחלה ואינה נעה עם המוט.

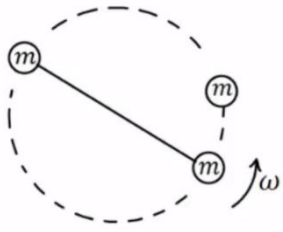
ב. חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס לראשית הצירים ברגע t_1.

ג. חשבו את התנע הזוויתי של המערכת ביחס למרכז המסה שלה ברגע t_1.

ד. מצאו את המהירות הזוויתית של המוט ביחס למרכז המסה לאחר ההתנגשות.

ה. מהי המהירות הקווית של m_1 ומהי המהירות הקווית של m_2 מיד לאחר ההתנגשות?

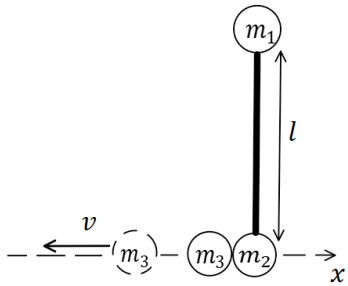
2) שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית



שתי מסות זהות m מחוברות במוט חסר מסה באורך d ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה ω. אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה.
מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.

3) מסה נפרדת ממוט עם שתי מסות

שלוש מסות m_1 ,m_2 , m_3 נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך l.



המסות m_2 , m_3 מחוברות בקצה התחתון באויר והמסה m_1 בקצה העליון.
המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באויר המבט מלמעלה) ובמנוחה.
ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות m_2 , m_3 והמסה m_3 מתנתקת מהמוט וממשיכה במהירות v נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט.
המסה m_2 נשארת מחוברת למוט.
נתון כי: m_1 , $m_2 = M$, $m_3 = 3M$.

א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).
ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

תשובות סופיות:

1) א. $\vec{r}_{cm}(t_1) = (1_m - 1_m)$. ב. $L = 3.6kg \cdot \frac{m^2}{sec}$. ג. $L_{c.m.} = 4.8kg \cdot \frac{m^2}{sec}$.
ד. $\omega = 1\frac{rad}{sec}$. ה. $V_1 = 4\frac{m}{sec}\hat{x}$, $V_2 = -2\frac{m}{sec}\hat{x}$.

2) $\omega' = \frac{3}{4}\omega$, $u_{1,2,3_{c.m}} = 0$.

3) א. $v_{1,2_{c.m.}} = \frac{3}{2}v$ ב. $\omega = \frac{3v}{l}$