

# פיזיקה למתמטיקאים 8832001

פרק 4 - תנועה תחת השפעה של שדה אלקטרו מגנטי

תוכן העניינים

1. תנועה תחת שדה חשמלי ומגנטי.....1

## תנועה תחת שדה חשמלי ומגנטי:

**מבנה החומר:**

**רקע:**

החומר מורכז מאטומים. אטומים מורכבים מגרעין ומעטפת, הגרעין מורכב מפרוטונים וניוטרונים והמעטפת מאלקטרונים.

$$m_p \approx m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_e \approx 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \approx \frac{1}{2000} m_p$$

כוח חשמלי הוא כוח שפועל בין אלקטרונים ופרוטונים אך הנויטרונים לא מרגישים אותו. בשביל לתאר את הכוח משתמשים בתכונה של מטען חשמלי.

$$q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = -e$$

$$q_p = +1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = e$$

גודל המטען  $e$  הוא גודל יסודי והמטען הכולל של כל גוף חייב להיות כפולה שלמה של  $e$ . הכוח הפועל בין שני חלקיקים טעונים נתון לפי חוק קולון.

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$r$  - המרחק בין הגופים.

## שאלות:

## (1) אלקטרון ופרוטון

אלקטרון ופרוטון נמצאים במרחק של  $3\text{A}$  אחד מהשני. מהו הכוח הפועל על כל אחד מהם? (גודל וכיוון).

## (2) שני מטענים על ציר ה-X

שני גופים טעונים במטענים:  $q_1 = 0.2mc, q_2 = 0.3mc$ .

מיקום הגוף הראשון הוא:  $\vec{r}_1(3m, 0)$  ומיקום הגוף השני הוא:  $\vec{r}_2(8m, 0)$ .

א. חשבו את הכוח החשמלי הפועל על כל גוף גודל וכיוון.

ב. מהי תאוצת כל גוף באותו הרגע אם מסותיהן הן:  $m_1 = 3\text{kg}, m_2 = 8\text{kg}$ .

## (3) מהירות זוויתית באטום המימן

אטום המימן מורכב מפרוטון בגרעין ואלקטרון הסובב סביב הגרעין בתנועה מעגלית ברדיוס של  $0.53$  אנגסטרומ.

מצאו את המהירות הזוויתית של האלקטרון, אם ידוע כי מסת האלקטרון

היא:  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$  ומטען האלקטרון והפרוטון הוא:  $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} = -q_p$ .

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad F = -2.56 \cdot 10^9 \text{ N}, \text{ כוח המשיכה.}$$

$$(2) \quad \text{א. שניהם נעים בכיוונים הפוכים, ב-} F = 21.6 \text{ N. ב. } a_1 = -7.2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \hat{x}, a_2 = 2.7 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \hat{x}$$

$$(3) \quad \omega = \sqrt{17} \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{sec}}$$

## השדה המגנטי, הכוח המגנטי ותנועה תחת שדה מגנטי קבוע:

### רקע:

$$\vec{F}_B = q\vec{V} \times \vec{B}$$

המטען חייב להיות בתנועה בשביל שיפעל כוח מגנטי.

הכוח תמיד מאונך לשדה המגנטי ולמהירות הגוף.

כלל יד ימין נותן את כיוון הכוח על מטען חיובי, הכוח על מטען שלילי יהיה בדיוק בכיוון ההפוך לתוצאה של כלל יד ימין.

בשדה מגנטי אחיד וללא שדה חשמלי נוצרת תנועה במעגלית או בורגית ורדיוס המעגל

$$\text{הוא: } R = \frac{mV_{\perp}}{qB}$$

### שאלות:

#### 1) חלקיק זז בשדה מגנטי

חלקיק הטעון במטען  $q$  נע במהירות  $\vec{v}$  באזור בו שורר שדה

מגנטי  $\vec{B} = -2\hat{x} + 3\hat{y}$  טסלה.

חשבו את הכוח המגנטי שיפעל על החלקיק אם נתון:

א.  $\vec{v} = 2\hat{x} + 3\hat{y}$  מטר לשניה ו- $q = 2C$

ב.  $\vec{v} = -\hat{x} + 2\hat{z}$  מטר לשניה ו- $q = -1\mu C$

#### 2) פרוטון פוגע במסך

פרוטון מואץ בקבל הנמצא במתח של  $10^5 V$ .

לאחר מכן הפרוטון עובר בשדה מגנטי אחיד עד

לפגיעתו במסך הנמצא במרחק  $15c.m.$  מהקבל.

עוצמת השדה המגנטי היא  $0.2T$ .

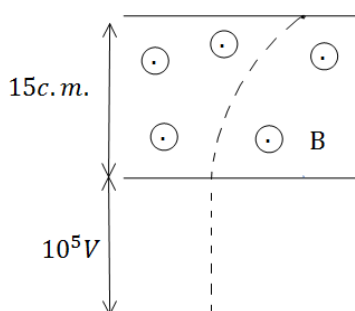
א. מצאו את המרחק האופקי שעבר הפרוטון

עד לפגיעתו במסך.

ב. מצאו את הזמן עד לפגיעה במסך.

ג. מהו המתח המינימלי הדרוש על מנת שהפרוטון

יפגע במסך?



**(3) מטען בשדה מגנטי וחשמלי**

שדה חשמלי קיים בתחום  $x < 0$  כך שמעל ציר ה- $x$  ( $y > 0$ )

השדה הוא:  $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$  ומתחת לציר ה- $x$  ( $y < 0$ )

השדה הוא:  $\vec{E} = E_0 \hat{y}$ , ראה שרטוט.

בכל המרחב קיים גם שדה מגנטי אחיד,

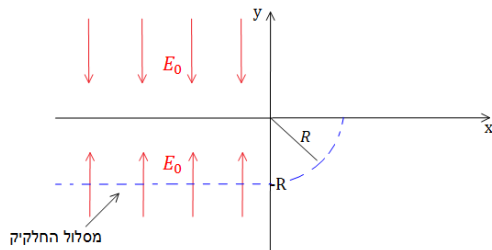
שכיוונו וגודלו אינם ידועים.

חלקיק בעל מסה  $m$  ומטען  $|q|$  מגיע

מ- $x = -\infty$  ונע בקו ישר ובמהירות קבועה.

גובה המסלול של החלקיק הוא  $y = -R$ .

כאשר החלקיק חוצה את ציר ה- $y$  הוא מבצע רבע מעגל ברדיוס  $R$  (ראה ציור).



נתון:  $E_0, |q|, m, R$ .

א. שרטטו את המשך מסלול המטען.

ב. מה סימן המטען?

ג. מצאו את המהירות של המטען, והשדה המגנטי.

ד. מצאו את המסה הדרושה על מנת לבצע אותו מסלול בשדה מגנטי הגדול

פי 3 מהשדה הקיים, כאשר שאר התנאים אינם משתנים.

**(4) תנועה בשדה מגנטי ושדה חשמלי**

חלקיק בעל מסה  $m$  ומטען שלילי  $-q$  נמצא באזור בו קיימים שדה חשמלי  $E_0$

ושדה מגנטי  $B_0$  אחידים בכיוון ציר ה- $x$ . מיקום החלקיק ב- $t = 0$  הוא

בנקודה:  $(0, y_0, 0)$  ומהירותו באותו הזמן היא:  $(v_0 \sin \theta, 0, v_0 \cos \theta)$ .

( $\theta$  היא הזווית ביחס לציר ה- $x$ ).

א. מצאו את הכוח הפועל על החלקיק כתלות ב- $t = 0$ .

ב. מצאו את הכוח הפועל על החלקיק כתלות בזמן ורשום את משוואת

התנועה.

ג. פתרו את משוואת התנועה ותאר את מסלול החלקיק.

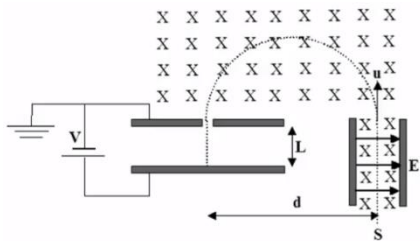
## תשובות סופיות:

- (1) א.  $\vec{F} = 24N\hat{z}$  . ב.  $\vec{F} = (6\hat{x} + 4\hat{y} + 3\hat{z})\mu N$
- (2) א.  $\Delta x = 0.0315$  . ב.  $t = 3.371\text{sec}$  . ג.  $V = 4.312 \cdot 10^4 V$
- (3) א. ראו סרטון . ב.  $\text{sign}(q) = -1$  . ג.  $V = \sqrt{\frac{qRE_0}{m}}$  ,  $\vec{B} = \sqrt{\frac{mE_0}{qR}}\hat{z}$
- ד.  $m_2 = qm_1$
- (4) א.  $\vec{F} = (-q)v_0B_0 \cos\theta\hat{y} + (-q)E_0\hat{x}$  . ב.  $\vec{F}(t) = (-q)(v_zB_0\hat{y} - v_yB_0\hat{z}) + (-q)E_0\hat{x}$  ,  
 ג. ראו סרטון  $\ddot{v}_z = -\frac{q^2B_0^2}{m^2}v_z$  ,  $\ddot{v}_y = -\frac{q^2B_0^2}{m^2}v_z$

**סיכום ותרגילים נוספים:**

**שאלות:**

**(1) בורר מהירויות ומתח עצירה**



חלקיקים בעלי מטען  $+q$  ומסה  $m$  נפלטים ממקור  $S$  במהירויות שונות ונכנסים אל בין לוחות קבל.

בין לוחות הקבל פועלים שדה חשמלי אחיד  $\vec{E}$  וכיוונו ימינה ושדה מגנטי אחיד  $\vec{B}$  והמכוון אל תוך הדף, כמוראה בתרשים.

השדה המגנטי פועל על החלקיקים גם לאחר יציאתם מהקבל.

במרחק  $d$  מנקודת היציאה של החלקיקים מהקבל, נמצא נקב קטן דרכו

נכנסים החלקיקים אל תוך הקבל השני אשר בין לוחותיו לא פועל שדה מגנטי.

על הקבל השני מופעל מתח עצירה  $V$ . ידוע כי המרחק בין לוחות הקבל השני הינו  $L$ .

ניתן להזניח את כוח הכובד הפועל על החלקיקים.

נתונים:  $\vec{B}$ ,  $\vec{E}$ ,  $m$ ,  $q$ ,  $L$ .

א. באיזו מהירות  $v$  יוצאים החלקיקים מהקבל הראשון?

ב. מהו המרחק  $d$  (ראה ציור)?

ג. תוך כמה זמן משלים החלקיק את חצי הסיבוב?

ד. מה צריך להיות ערכו המינימלי של מתח העוצר  $V$  המופעל על הקבל השני

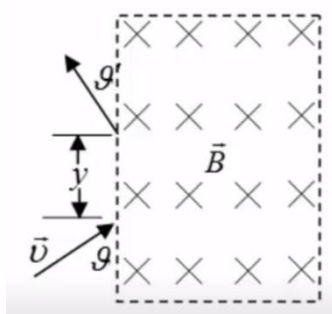
כדי שהחלקיקים הנכנסים לתוכו יעצרו לחלוטין?

ה. מחברים את הקבל השני לסוללה שמתחה גדול פי שתיים ממה שחישבתם

בסעיף ד'. תוך כמה זמן יעצור החלקיק מרגע כניסתו אל בין לוחות הקבל

השני כעת?

**(2) מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית**



אלומות חלקיקים בעלי מסה  $m$  ומטען  $q$  נקלעות לאזור

בו שורר שדה מגנטי אחיד  $\vec{B}$  המאונך למישור הדף

במגמה פנימה. לחלקיקים אנרגיה קינטית  $E_k$  והם

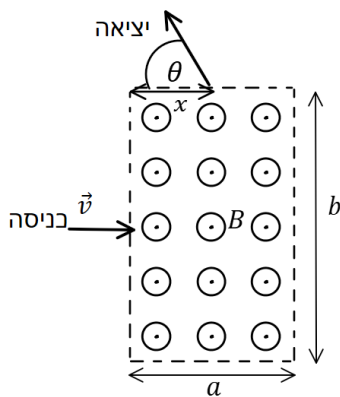
נכנסים לאזור המגנטי בזווית  $\theta$ , כמתואר בציור.

א. חשבו את המרחק האנכי  $y$  אותו יעברו

החלקיקים מנקודת כניסתם לאזור המגנטי

ועד ליציאתם ממנו.

ב. חשבו את זווית היציאה  $\theta'$  (ראו איור).



**(3) עוד מטען נכנס ויוצא משדה מגנטי בזווית**

- שדה מגנטי אחיד  $B$  נמצא בתחום מלבני בגודל  $a \times b$ .  
 מחוץ לתחום השדה הוא אפס. כיוון השדה החוצה מהדף.  
 מטען  $|q|$  נכנס לתחום המלבני בדיוק במרכז המלבן,  
 במהירות שגודלה  $v$  וכיוונה מאונך לשפת המלבן  
 (ראה איור).  
 ידוע שהמטען יוצא מהצלע העליונה של המלבן.  
 א. מהו סימן המטען? ומהו גודל מהירותו ביציאה?  
 ב. מהו המרחק  $x$  מקצה המלבן בו יוצא המטען?  
 ג. מהי הזווית  $\theta$  של וקטור המהירות ביציאה ביחס  
 לצלע המלבן?

**(4) מטען בשדה מגנטי עם משוואות דיפרנציאליות**

- נתון שדה חשמלי:  $\vec{E} = \alpha x \hat{x}$  ושדה מגנטי קבוע ואחיד:  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ .  
 חלקיק בעל מסה  $m$  ומטען  $q$  נמצא בראשית בזמן  $t = 0$ .  
 מהירותו ההתחלתית היא:  $\vec{v} = v_0 \hat{x}$ .  
 מהו מיקום החלקיק כתלות בזמן בכל אחד מהמקרים הבאים:

$$\alpha > \frac{q}{m} B_0^2, \quad \alpha < \frac{q}{m} B_0^2, \quad \alpha = \frac{q}{m} B_0^2$$

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } \frac{E}{B} \quad \text{ב. } \frac{2mE}{qB^2} \quad \text{ג. } \frac{\pi m}{qB} \quad \text{ד. } \frac{mE^2}{2qB^2} \quad \text{ה. } \frac{2BL}{E}$$

$$(2) \quad \text{א. } y = \frac{\sqrt{8mE_k} \sin \vartheta}{Bq} \quad \text{ב. } \vartheta' = \vartheta$$

(3) א. אם כיוון הכוח הפוך לכיוון המכפלה  $\vec{V} \times \vec{B}$  אז המטען שלילי.  
 $\vec{F}$  תמיד מאונך ל- $\vec{V}$  ול- $\vec{B}$  לכן ה- $\vec{F}_B$  אף פעם לא ישנה את גודל המהירות,  
 רק את הכיוון ( $V$  כניסה= $V$  יציאה).

$$\text{ב. } x = \sqrt{b \left( \frac{b}{4} - \frac{mV}{qB} \right)} \quad \text{ג. } \cos \theta = \frac{b}{2R} - 1$$

$$(4) \quad \alpha = \frac{q}{m} B_0^2 \quad x(t) = V_0 \cdot t, \quad y = \frac{1}{2} \left( -\frac{qB_0 V_0}{m} \right) t^2$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m} \left( \frac{qB_0^2}{m} - \alpha \right)}} \sin \left( \sqrt{\frac{q}{m} \left( \frac{qB_0^2}{m} - \alpha \right)} \cdot t \right) \quad : \alpha < \frac{q}{m} B_0^2$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\sqrt{\frac{q}{m} \left( \alpha - \frac{qB_0^2}{m} \right)}} \sinh \left( \sqrt{\frac{q}{m} \left( \alpha - \frac{qB_0^2}{m} \right)} \cdot t \right) \quad : \alpha > \frac{q}{m} B_0^2$$