מכינה בפיזיקה כולל מכניקה וחשמל

פרק 14 - תנועה הרמונית

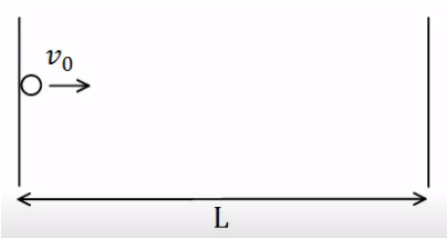
תוכן העניינים

1. תנועה מחזורית 1
2. תנועה הרמונית 2
3. קפיץ אנכי 6
4. תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע 7
5. אנרגיה בתנועה הרמונית 8
6. מטוטלת מתמטית 9
7. סיכום הפרק ..... (ללא ספר)
8. הוכחה לנוסחאות דרך תנועה מעגלית ..... (ללא ספר)
9. תרגילים נוספים 10

תנועה מחזורית:

שאלות:

1) כדור נע בין שני קירות



כדור נע בין שני קירות במהירות $v_0 = 2\frac{m}{sec}$.
התנגשות הכדור עם הקירות היא אלסטית.
המרחק בין הקירות הוא $L = 6m$.

א. חשב את זמן המחזור של התנועה.

ב. דני ראה כי מיקום הגוף
ב- $t = 1sec$ הוא $2m$ מהקיר השמאלי.
דני חישב כמה זמן ייקח לכדור לפגוע בקיר הימני ולחזור לאותה הנקודה.
דני סימן את הזמן הזה ב- $\tilde{T}$, חשב מהו $\tilde{T}$.

ג. הסבר מדוע $\tilde{T}$ הוא אינו זמן המחזור של התנועה, והסבר כיצד היה צריך דני לבצע את החישוב על מנת לקבל את זמן המחזור הנכון.

תשובות סופיות:

1) א. $T = 6sec$ ב. $\tilde{T} = 4sec$ ג. ראה סרטון.

תנועה הרמונית:

שאלות:

1) דוגמה לחישוב המיקום

גוף מחובר לקפיץ אופקי המחובר בצידו השני לקיר. הגוף נע הלוך וחזור על שולחן אופקי חסר חיכוך. דפנה מסתכלת על הגוף המתנדנד ומודדת את המרחק בין שתי הקצוות של התנועה.

א. מהי אמפליטודת התנועה אם המרחק שמדדה דפנה הוא: $0.4m$?

ברגע מסוים, שהגוף מגיע למרחק המקסימאלי מהקיר, מפעילה דפנה סטופר המתחיל למדוד את הזמן מאפס. דפנה סופרת כל פעם שהגוף חוזר לנקודה שבה התחילה למדוד. דפנה ראתה כי לאחר 5 שניות הגוף הגיע בפעם העשירית בדיוק לנקודת ההתחלה.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

ג. מהי התדירות והתדירות הזוויתית של התנועה?

ד. קבע את ראשית הצירים במרכז התנועה של הגוף, ורשום משוואה המתארת את מיקום הגוף ביחס לראשית, כתלות בזמן שמראה הסטופר של דפנה.

2) מציאת המיקום מהזמן

מסה $m=3kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=10\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=0.3m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מהם התדירות וזמן המחזור של התנועה?

ב. מהי האמפליטודה של התנועה?

ג. רשום נוסחה המתארת את מיקום המסה כתלות בזמן.

ד. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.4sec$?

3) מציאת הזמן מהמיקום

מסה $m=2kg$ קשורה לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=30\frac{N}{m}$. מסיטים את המסה מרחק $d=15c.m$ בכיוון החיובי מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים ממנוחה.

א. מצא את מיקום המסה כתלות בזמן.

ב. מהו מיקום המסה ב- $t_1=0.3sec$ וב- $t_2=1.2sec$?

ג. מהו הזמן בו המסה מגיעה אל נקודת שיווי המשקל, ומהו הזמן בו היא מגיעה לקצה השני?

ד. מהם הזמנים בהם המסה מגיעה אל $x=7.5cm$? מדוע קיימים שניים?

4) חישוב המהירות

גוף בעל מסה $m=0.5kg$ מתנדנד בתנועה הרמונית, כך שמיקומו כתלות בזמן הוא: $x(t)=0.4\cos(2t)$, במטרים.

א. מהי התדירות הזוויתית והאמפליטודה של התנועה?

ב. מהי המהירות המקסימאלית של הגוף?

ג. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן של הגוף.

ד. מהי מהירות הגוף ב- $t=2sec$, ומהי האנרגיה הקינטית שלו באותו הרגע?

5) חישובי פאזה

דני רואה גוף מתנדנד בתנועה הרמונית בתדירות זוויתית $\omega=3\frac{rad}{sec}$ ובמשרעת $A=0.2m$.

דני התחיל למדוד את הזמן מהרגע בו הגוף נמצא בקצה השלילי.

א. רשום ביטוי למיקום כפונקציה של הזמן שמודד דני.

ב. צייר גרף של המיקום כתלות בזמן שמודד דני.

ג. מתי היה צריך דני להתחיל למדוד את הזמן אם הוא רוצה שהפונקציה של המיקום תהפוך להיות פונקציית סינוס?

6) חישוב הפאזה מתנאי התחלה

גוף בעל מסה $m=2kg$ מחובר לקפיץ בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$, ומתנדנד בתנועה הרמונית על מישור חלק ואופקי.

א. מהי התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. מהם הפאזה והאמפליטודה של הגוף, אם ברגע תחילת הזמן הגוף היה ב- $x(t=0)=0.2m$, ובמהירות $v=6\frac{m}{sec}$ בכיוון השלילי?

ג. רשום את נוסחאות המיקום והמהירות כתלות בזמן.

ד. חזור על סעיף ב׳ אם המיקום ההתחלתי הוא בנקודת שיווי המשקל.

7) מסה מתנגשת במסה המחוברת לקפיץ

מסה $m=3kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=9\frac{N}{m}$, ונמצאת על שולחן אופקי חלק. המסה נמצאת במנוחה (הקפיץ רפוי).

מסה זהה נוספת נעה במהירות $v=12\frac{m}{sec}$ כלפי המסה הנייחת ומתנגשת בה התנגשות פלסטית. הנח כי זמן ההתנגשות קצר מאוד.
לאחר ההתנגשות שתי המסות נעות בתנועה הרמונית.

א. מהי תדירות התנועה?

ב. מה תנאי ההתחלה של התנועה ההרמונית $\left(x(t=0),v(t=0)\right)$?

ג. מצא את המיקום כתלות בזמן של המסות מהרגע לאחר ההתנגשות.

תשובות סופיות:

1) א. $A=0.2m$ ב. $T=0.5sec$ ג. תדירות: $f=2\cdot\frac{1}{sec}$,

תדירות זוויתית: $\omega\approx12.57\frac{rad}{sec}$ ד. $x(t)=0.2\cos(12.57\cdot t)$

2) א. תדירות: $f\approx0.29\frac{1}{sec}$, זמן מחזור: $T\approx3.44sec$. ב. $d=0.3m$

ג. $x(t)=0.3\cos(1.83\cdot t)$ ד. $x(t_1)\approx0.22m$

3) א. $x(t)=0.15\cos(3.87\cdot t)$ ב. $x(t_1)\approx0.06$, $x(t_2)=-0.01m$

ג. שיווי משקל: $t_3\approx0.41sec$, הקצה השני: $t_4\approx0.82sec$.

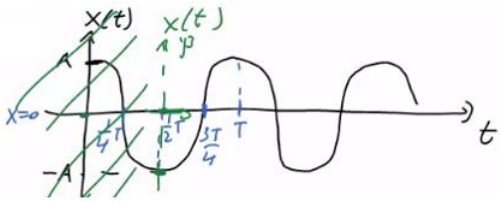
ד. $\tilde{t}_1\approx0.27sec$, $\tilde{t}_2\approx1.35sec$

4) א. $A=0.4m$, $\omega=2\frac{rad}{sec}$ ב. $|v_{max}|=0.8\frac{m}{sec}$

ג. $v(t)=-0.8\cdot\sin(2\cdot t)\frac{m}{sec}$ ד. $v(t=2)\approx0.61\frac{m}{sec}$, $E_k\approx0.09J$

5) א. $x(t)=0.2\cos(3\cdot t+\pi)$ ב. שרטוט:

ג. $t_0=1.57sec$



6) א. $\omega=\sqrt{2}\frac{rad}{sec}$ ב. $\varphi\approx1.52rad$, $A\approx3.94m$

ג. $x(t)=3.94\cos(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$, $v(t)=-5.57\sin(\sqrt{2}\cdot t+1.52)$

ד. $\varphi=\frac{\pi}{2}$, $A\approx4.24m$

7) א. $\omega=\sqrt{\frac{3}{2}}\frac{rad}{sec}$ ב. $x(t=0)=0$, $v(t=0)=-6\frac{m}{sec}$

ג. $x(t)=4.90\cos\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot t+\frac{\pi}{2}\right)$

קפיץ אנכי:

שאלות:

1) קפיץ אנכי ותוספת מסה

גוף בעל מסה $m=1kg$ תלוי מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$ ואורך רפוי $l_0=30cm$.

א. מצא את המרחק של נקודת שיווי המשקל מהתקרה.

ב. מעמיסים על הקפיץ מסה נוספת $m=2kg$ המחוברת למסה הראשונה, מה תהיה נקודת שיווי המשקל החדשה?

כעת נניח כי מושכים את המסה הכוללת מנקודת שיווי המשקל כלפי מטה מרחק של $d=8cm$ ומשחררים אותה ממנוחה.

ג. מה תדירות התנועה של המסה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן אם הכיוון החיובי של הציר האנכי הוא כלפי מטה.

ה. חזור על סעיף ד', אם הכיוון החיובי של הציר הוא כלפי מעלה.

2) מסה משוחררת מנקודת רפיון

מסה $m=30gr$ תלויה מהתקרה באמצעות קפיץ אנכי בעל קבוע $k=1.5\frac{N}{m}$.

המסה מוחזקת באוויר בנקודה שבה הקפיץ רפוי ומשוחררת ממנוחה.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל.

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן, אם הכיוון החיובי כלפי מטה.

תשובות סופיות:

1) א. $0.5m$ ב. $0.9m$ ג. $\omega\approx 4.08\frac{rad}{sec}$ ד. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t)$

ה. $y(t)=0.08\cos(4.08\cdot t+\pi)$

2) א. $y_0=\frac{mg}{k}$ ב. $y(t)=0.2\cos(7.07\cdot t+\pi)$

תנועה הרמונית בתוספת של כוח קבוע:

שאלות:

1) תוספת של כוח קבוע

גוף בעל מסה $m=0.2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=4\frac{N}{m}$.

הגוף נמצא במנוחה בנקודה שבה הקפיץ רפוי.

ב-$t=0$ מתחיל לפעול על הגוף כוח קבוע בכיוון החיובי $F=0.1N$.

א. מצא את נקודת שיווי המשקל החדשה.

ב. מהי תדירות התנועה?

ג. מהם תנאי ההתחלה של הבעיה?

ד. מצא את המיקום כתלות בזמן.

2) כוח מפסיק בפתאומיות

גוף מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=5\frac{N}{m}$.

הגוף נצפה מתנדנד בתנועה הרמונית באמפליטודה $A=0.3m$.

ידוע שעל הגוף פועל כוח קבוע $F=2N$ בכיוון החיובי.

א. מצא היכן תהיה נקודת שיווי המשקל,
במידה והכוח יפסיק לפעול בפתאומיות.

ב. מצא מה תהיה אמפליטודת התנועה במידה
והכוח יפסיק לפעול, ברגע שהגוף נמצא בקצה החיובי של התנועה.

ג. חזור על סעיף ב׳ עבור הקצה השלילי.

ד. חזור על סעיף ב׳ אם הכוח הפסיק כאשר הגוף במרכז התנועה,
ומהירותו ברגע זה היא $2\frac{m}{sec}$.

תשובות סופיות:

1) א. $0.025m$ ב. $\omega=4.47\frac{rad}{sec}$ ג. $x(t=0)=-x_0$, $v(t=0)=0$

ד. $x(t)=0.025(4.47\cdot t+\pi)$

2) א. $x_0=-0.4m$ ב. $\tilde{A}=0.7m$ ג. $\tilde{A}=0.1$

אנרגיה בתנועה הרמונית:

שאלות:

1) חישובי אנרגיה

מסה $m=2kg$ מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע $k=50\frac{N}{m}$.

מושכים את המסה מרחק $d=0.2m$ מנקודת שיווי המשקל, ומשחררים אותה ממנוחה.

א. רשום את מיקום המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ב. רשום את מהירות המסה כתלות בזמן מרגע השחרור.

ג. חשב את מיקום ומהירות המסה ברגעים $t=0\ ,\ 1\ ,\ 2sec$.

ד. חשב את האנרגיה הקינטית, האנרגיה הפוטנציאלית והאנרגיה הכללית של המסה, בכל אחד מן הרגעים. הראה כי האנרגיה הכללית נשמרת.

תשובות סופיות:

1) א. $x(t)=0.2\cos(5\cdot t)$ ב. $v(t)=1\cdot\sin(5\cdot t)$

ג. $x(t=1)\approx 0.057m\ ,\ v(t=1)\approx 0.960\frac{m}{sec}$

$x(t=2)\approx -0.168m\ ,\ v(t=2)\approx 0.544\frac{m}{sec}\ ;x(t=0)\approx 0.2m\ ,\ v(t=0)\approx 0$

ד. $t=0:E_k=0\ ,\ U=1\ ;\ t=1:E_k=0.922J,\ U=0.081J\ ;\ \ t=2:E_k=0.296J\ ,\ U=0.706J$

מטוטלת מתמטית:

שאלות:

1) חישוב אורך חוט

מצא מה צריך להיות אורך החוט של מטוטלת, על מנת שהזמן שייקח למסה לעבור מקצה אחד לקצה השני יהיה חצי שנייה.

תשובות סופיות:

1) $l \approx 0.25m$

תרגילים נוספים:

שאלות:

1) תרגיל 1

גוף בעל מסה $m = 20gr$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. הגוף מתנדנד בתנועה הרמונית כך שהמרחק בין הקצוות של התנועה הוא: $d = 10cm$.

א. מהי האפליטודה של התנועה?

ב. מהי התדירות הזוויתית?

ג. מהו זמן המחזור?

ד. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן, אם הזמן נמדד מהרגע בו הגוף היה בקצה החיובי.

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

2) תרגיל 2

גוף בעל מסה $m = 2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע $k = 4\frac{N}{m}$, וחופשי לנוע ללא חיכוך. מושכים את הגוף מנקודת שיווי המשקל למרחק של $d = 0.2m$ ומשחררים ממנוחה.

א. מהי התדירות הזוויתית?

ב. מהו זמן המחזור?

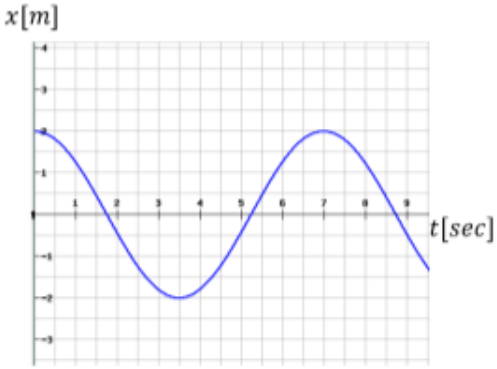
ג. מהי האפליטודה של התנועה?

ד. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן מרגע השחרור?

ה. רשום נוסחה למהירות הגוף כתלות בזמן.

ו. חזור על כל הסעיפים עבור המקרה בו ברגע השחרור הגוף מקבל דחיפה קטנה המקנה לו מהירות התחלתית $v_0 = 0.1\frac{m}{sec}$.

3) **תרגיל 3**



הגרף הבא מתאר את מיקומו כתלות בזמן של גוף הנע בתנועה הרמונית פשוטה.

א. מהי אמפליטודת התנועה?

ב. מהו זמן המחזור?

ג. מהי התדירות הזוויתית?

ד. מהי הפאזה?

ה. רשום נוסחה למהירות כתלות בזמן.

4) **תרגיל 4**

גוף בעל מסה $m=1kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k=3\frac{N}{m}$.

הגוף משוחרר ממנוחה במרחק $d=0.3m$ מנקודת שיווי המשקל.

א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

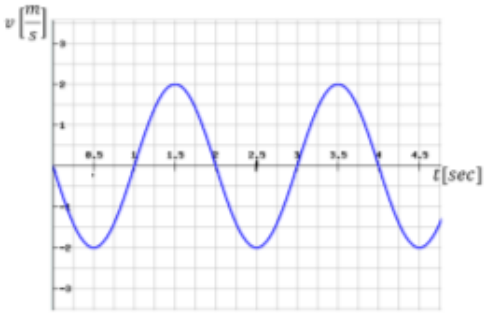
ב. מצא את מיקום הגוף ב- $t=3sec$.

ג. מהי מהירות הגוף ב- $t=3sec$.

ד. מהי תאוצת הגוף ב- $t=3sec$.

5) **תרגיל 5**

מהירותו של גוף המתנדנד בתנועה הרמונית נתונה לפי הגרף הבא:



א. מתי מגיע הגוף לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

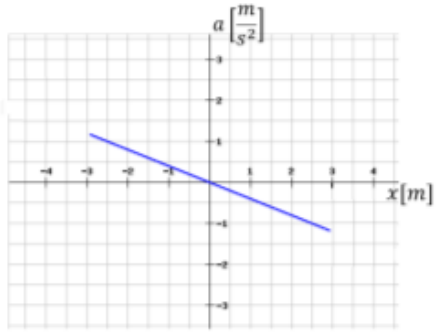
ב. האם תאוצת הגוף ב- $t=1sec$ מקסימאלית?

ג. האם ב- $t=1.5sec$ האנרגיה קינטית מרבית?

ד. מהו הכוח ב- $t=2.5sec$?

ה. כמה מחזורי תנועה עשה הגוף ב-4 השניות הראשונות של התנועה?

6) **תרגיל 6**



בגרף הבא נתונה התאוצה של גוף כתלות במיקום של הגוף. מסת הגוף היא $m=20g$.

א. האם התנועה היא תנועה הרמונית? נמק.

ב. מהו קבוע הקפיץ?

ג. מהי אמפליטודת התנועה?

7) תרגיל 7

גוף בעל מסה $m = 2kg$ מחובר לקפיץ אופקי בעל קבוע קפיץ $k = 40\frac{N}{m}$.

ב-$t = 0$ מיקום ומהירות הגוף הם: $x = 20cm$, $v = 0.4\frac{m}{sec}$.

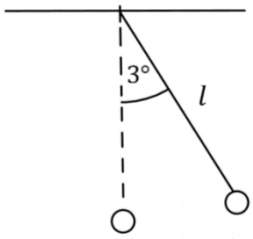
א. רשום נוסחה למיקום הגוף כתלות בזמן.

ב. מתי מיקומו של הגוף הוא 5 ס"מ משמאל לנקודת שיווי המשקל בפעם הראשונה?

ג. מתי מהירות הגוף היא $0.1\frac{m}{sec}$ בכיוון החיובי?

ד. מהי התאוצה המקסימאלית של הגוף?

8) תרגיל 8



מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l = 1m$,
ומסה $m = 100gr$ בקצה, משוחררת ממנוחה מזווית של $3°$.

א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה?

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לנקודת שיווי המשקל?

ג. מהי מהירות המסה בנקודת שיווי המשקל?

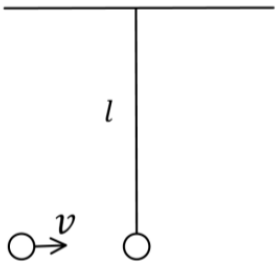
בנקודת שיווי המשקל מונחת מסה נוספת $m = 25gr$, הנמצאת במנוחה.
מסת המטוטלת מתנגשת במסה הנוספת התנגשות פלסטית.

ד. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ה. מהי התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות?

ו. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת לאחר ההתנגשות?

9) תרגיל 9



מטוטלת מתמטית בעלת חוט באורך $l = 0.5m$,
ומסה $m = 50gr$ בקצה, תלויה במנוחה.

מסה $m = 25gr$ נעה אופקית במהירות $v = 0.6\frac{m}{sec}$,
ומתנגשת במסת המטוטלת התנגשות פלסטית.

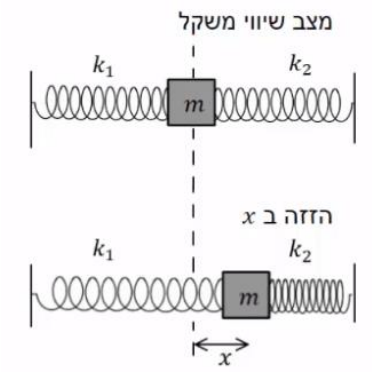
א. מה תהיה התדירות הזוויתית של התנועה לאחר ההתנגשות, בהנחה שהתנודות קטנות.

ב. כמה זמן ייקח למטוטלת להגיע לשיא הגובה?

ג. מהי מהירות הגופים מיד לאחר ההתנגשות?

ד. מהי הזווית המקסימאלית אליה תגיע המטוטלת?

10) מסה עם קפיצים משני הצדדים

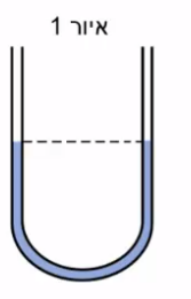


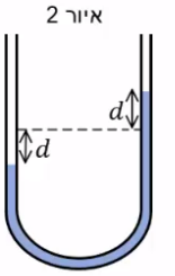
לשני צדדיה של מסה m מחוברים שני קפיצים שקבועי הכוח שלהם הם: k_1 ו-k_2.
הגוף נמצא על משטח חלק. מזיזים את הגוף ימינה מרחק x.

א. הראה כי כאשר מרפים ממנו הוא ינוע בתנועה הרמונית פשוטה שקבועה הוא: k_1+k_2.

ב. מהו זמן המחזור של התנועה?

11) צינור בצורת U





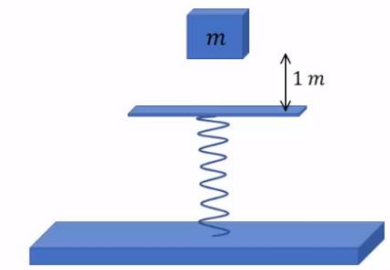
בתוך צינור גלילי בצורת האות U מצוי נוזל בשיווי משקל (איור 1).
אורך החלק המלא בנוזל הוא L ושטח החתך לאורך כל הצינור הוא A. צפיפות הנוזל (מסה ליחידת נפח) היא ρ.
נושפים בזרוע השמאלית של הצינור כך שפני הנוזל יורדים בשיעור d, ומרפים (איור 2).

א. תאר במילים את תנועת הנוזל בהנחה שלא פועלים עליו כוחות חיכוך.

ב. הראה כי כאשר פני הנוזל נמצאים במרחק x ממצב שיווי המשקל פועל על הנוזל כוח מחזיר: $F=-2\rho Agx$.
(הדרכה: חשב את מסת הנוזל העודפת בצד הגבוה ומשם את כוח הכובד שהיא מפעילה על שאר הנוזל).

ג. בהנחה כי $x \ll L$ הראה כי זמן המחזור של התנודה הוא: $T=\pi\sqrt{\frac{2L}{g}}$.

12) מסה נופלת על קפיץ אנכי



קפיץ אנכי מחובר לקרקע מצידו האחד וללוח אופקי בצידו השני.
קבוע הקפיץ הוא: $400\frac{N}{m}$. מסה של $m=2kg$ משוחררת ממנוחה מגובה של מטר אחד מעל הלוח, המסה נופלת נפילה חופשית ונדבקת ללוח.
מסת הלוח והקפיץ ניתנות להזנחה.

א. מהי התכווצות המרבית של הקפיץ?

ב. מהי תדירות תנודות המשקולת?

ג. מהי משרעת התנודות?

תשובות סופיות:

1) א. $A=0.05m$ ב. $\omega\approx 14.14\frac{rad}{sec}$ ג. $T\approx 0.444sec$

ד. $x(t)=0.05\cdot\cos(14.14\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.707\cdot\sin(14.14\cdot t)$

2) א. $\omega=1.41\frac{rad}{sec}$ ב. $T\approx 4.44sec$ ג. $A=0.2m$

ד. $x(t)=0.2\cdot\cos(1.41\cdot t)$ ה. $v(t)=-0.282\cdot\sin(1.41\cdot t)$

ו. $x(t)=0.212\cdot\cos(1.41\cdot t+0.341)$, $A=0.212m$, $T=4.44sec$, $\omega=1.41\frac{rad}{sec}$

$v(t)=-0.299\sin(1.41\cdot t+0.341)$

3) א. $A=2m$ ב. $T=7sec$ ג. $\omega\approx 0.898\frac{rad}{sec}$ ד. $\varphi=0$

ה. $v(t)=-1.80\cdot\sin(0.898\cdot t+0)$

4) א. $x(t)=0.3\cos(\sqrt{3}\cdot t)$ ב. $x(t=3)\approx 0.14m$

ג. $v(t=3)\approx -0.46\frac{m}{sec}$ ד. $a(t=3)=-0.42\frac{m}{sec^2}$

5) א. $t=0.5sec$ ב. כן. ג. כן. ד. 0

ה. 2

6) א. כן. ב. $k=0.008\frac{N}{m}$ ג. $A\approx 3m$

7) א. $x(t)=0.22\cos(\sqrt{20}\cdot t-0.42)$ ב. $t_1=0.5sec$ ג. $t_1\approx 0.07sec$

ד. $a_{max}=4.4\frac{m}{sec^2}$

8) א. $\omega=\sqrt{10}\frac{rad}{sec}$ ב. $t\approx 0.5sec$ ג. $v_{max}=0.165$ ד. $u=0.131\frac{m}{sec}$

ה. $\omega=\sqrt{10}\frac{rad}{sec}$ ו. $\theta\approx 2.35°$

9) א. $\omega=\sqrt{20}\frac{rad}{sec}$ ב. $t\approx 0.35sec$ ג. $u=0.2\frac{m}{sec}$ ד. $\theta=5.12°$

10) א. הוכחה. ב. $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$

11) א. ראה סרטון. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

12) א. $\Delta x_{max}=0.37m$ ב. $f=2.25\frac{1}{sec}$ ג. $A\approx 0.32m$