סטטיסטיקה למנהל עסקים א

פרק 26 - תלות ואי תלות בין מאורעות

תוכן העניינים

1. כללי 1

תלות ואי תלות בין מאורעות:

רקע:

אם מתקיים ש: $P(B|A)=P(B)$, נגיד שמאורע B בלתי תלוי ב-A.

הדבר גורר גם ההפך: $P(A|B)=P(A)$, כלומר, גם A אינו תלוי ב-B.

כשהמאורעות בלתי תלויים מתקיים ש: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.

הוכחה לכך: $P(A/B)=P(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$.

נשתמש בנוסחאות של מאורעות בלתי תלויים רק אם נאמר במפורש שהמאורעות בלתי תלויים בתרגיל או שמההקשר אפשר להבין ללא צל של ספק שהמאורעות בלתי תלויים.

למשל,

חוקר מבצע שני ניסויים בלתי תלויים הסיכוי להצליח בניסוי הראשון הנו 0.7 והסיכוי להצליח בניסוי השני הוא 0.4.

א. מה הסיכוי להצליח בשני הניסויים יחדו?

כיוון שהמאורעות הללו בלתי תלויים:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=0.7\cdot 0.4=0.28$$

ב. מה הסיכוי להיכשל בשני הניסויים?

באופן דומה:

$$P(\bar{A}\cap\bar{B})=P(\bar{A})\cdot P(\bar{B})=(1-0.7)(1-0.4)=0.18$$

הרחבה: אי תלות בין n מאורעות:

n מאורעות $A_1,\dots,A_n$ הם בלתי תלויים אם ורק אם: $P\left(\bigcap_{i=1}^{n}A_i\right)=\prod_{i=1}^{n}P(A_i)$.

שאלות:

1) נתון: $P(A\cup B)=0.6$, $P(B)=0.5$, $P(A)=0.2$.
האם המאורעות הללו בלתי תלויים?

2) תלמיד ניגש לשני מבחנים שהצלחתם לא תלויה זו בזו.
הסיכוי שלו להצליח במבחן הראשון הוא 0.7 והשני 0.4.
א. מה הסיכוי להצליח בשני המבחנים יחדו?
ב. מה הסיכוי שניכשל בשני המבחנים?

3) במדינה מסוימת יש 8% אבטלה, נבחרו באקראי שני אנשים מהמדינה.
א. מה ההסתברות ששניהם מובטלים?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם מובטל?

4) מוצר צריך לעבור בהצלחה ארבע בדיקות בלתי תלויות לפני שיווקו, אחרת הוא נפסל ולא יוצא לשוק. הסיכוי לעבור בהצלחה כל אחת מהבדיקות הוא 0.8. בכל מקרה מבוצעות כל 4 הבדיקות.
א. מה הסיכוי שהמוצר יפסל?
ב. מה ההסתברות שהמוצר יעבור בהצלחה לפחות בדיקה אחת?

5) במדינה מסוימת יש 8% אבטלה, נבחרו באקראי חמישה אנשים מהמדינה.
א. מה ההסתברות שכולם מובטלים במדגם?
ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם מובטל?

6) עבור שני מאורעות A ו-B המוגדרים על אותו מרחב מדגם נתון ש:
$P(A\cup B)=0.9$, $P(A\cap\overline{B})=0.3$, $P(A|B)=0.6$.
האם A ו-B מאורעות בלתי תלויים?

7) הוכיח שאם: $P(A/B)=P(B/A)$, אז: $P(A)=P(B)$.

8) קבעו אילו מהטענות הבאות נכונות. נמקו!

א. אם: $P(A\cup B)=P(A)\cdot P(B)$, אזי המאורעות בלתי תלויים.

ב. מאורע A כלול במאורע B: $0<P(B)<1$, $P(A)>0$, לכן: $P(A/B)<P(A)$.

ג. A ו-B מאורעות זרים שסיכוייהם חיובים לכן הם מאורעות תלויים.

ד. A ו-B מאורעות תלויים שסיכוייהם חיובים לכן A ו-B מאורעות זרים.

ה. $P\left(\bar{A}\cap\bar{B}\right)=1-P(A)-P(B)$ לכן A ו-B מאורעות זרים.

תשובות סופיות:

1) כן.

2) א. 0.28. ב. 0.18.

3) א. 0.0064. ב. 0.1536.

4) א. 0.5904. ב. 0.9984.

5) א. 0.08^5. ב. 0.3409.

6) לא, הם תלויים.

7) שאלת הוכחה.

8) א. לא נכון. ב. לא נכון. ג. נכון. ד. לא נכון. ה. נכון.