אלגברה ליניארית

פרק 5 - תכנון לינארי

תוכן העניינים

1. תכנון לינארי 1

תכנון לינארי

שאלות

1) חקלאי צריך לתכנן את עיבוד שדותיו לעונה החקלאית, כך שרווחיו יהיו מקסימליים. המשאבים העומדים לרשותו הם: שטח של 10 דונמים, 2,800 מ"ק מים ו-364 ימי עבודה. הוא החליט לנצל את כל משאביו לגידול עגבניות ופלפל. הצרכים והרווחים לדונם, לגידולים אלה, נתונים בטבלה שלפניך:

	מים לדונם	ימי עבודה לדונם	רווחים לדונם
עגבניות	350 מ"ק	14 יום	800 שקל
פלפל	210 מ"ק	42 יום	1400 שקל

א. כתבו את מערכת האילוצים ואת פונקציית המטרה לבעיה.

ב. מצאו על כמה דונמים צריך החקלאי לגדל עגבניות ועל כמה דונמים הוא צריך לגדל פלפל, כדי שרווחיו יהיו מקסימליים.

ג. מצאו מה יהיו הרווחים המקסימליים של החקלאי.

2) לרשות נגריה 3 מ"ק עצים, 21 מ"ר דיקט ו-104 ימי עבודת פועל.
לייצור ארון מטבח דרושים 0.2 מ"ק עץ, 1 מ"ר דיקט ו-12 ימי עבודת פועל.
לייצור ארון בגדים דרושים 0.4 מ"ק עץ, 3 מ"ר דיקט ו-5 ימי עבודת פועל.
הרווח ממכירת ארון מטבח הוא 1,000 שקל וממכירת ארון בגדים 1,500 שקל.
כמה ארונות וכמה ארונות בגדים כדאי לנגריה לייצר, כדי שרווחיה יהיו מקסימליים?

3) מפעל מייצר שני סוגי שולחנות: שולחן אוכל ושולחן סלוני.
תהליך הייצור מורכב משלושה שלבים עיקריים: חיתוך, עיבוד וצביעה.
במחזור ייצור אחד אפשר להפעיל את ציוד החיתוך 16 שעות לכל היותר, את ציוד העיבוד אפשר להפעיל 18 שעות לכל היותר ואת ציוד הצביעה 12 שעות לכל היותר. אותו ציוד משמש לייצור שני סוגי השולחנות.
פירוט הזמן הדרוש לכל שלב בייצור שולחן אחד נתון בטבלה שלפניך:

	חיתוך	עיבוד	צביעה
שולחן אוכל	2 שעות	1 שעה	1 שעה
שולחן סלוני	1 שעה	3 שעות	1 שעה

רווח המפעל מכל שולחן אוכל הוא 200 שקל ומכל שולחן סלוני הוא 350 שקל.

א. כמה שולחנות מכל סוג על המפעל לייצר במחזור ייצור אחד, כדי שרווחיו יהיו מקסימליים?

ב. באחד ממחזורי הייצור התקלקלה מכונת הצביעה לשעה אחת ולכן היה אפשר להפעילה רק 11 שעות.
האם התשובה לסעיף א' תשתנה לגבי מחזור ייצור זה? נמקו.

4) נתונים האילוצים:

$$y \ge 0 \ , \ x \ge 0$$
$$y \le 2x+4$$
$$y \le -2x+8$$
$$y \ge 2x-4$$

פונקציית המטרה היא: $f(x,y)=3x-y+6$.

א. קווקו בשרטוט מדויק את התחום האפשרי של הבעיה.

ב. הוסף לשרטוט את קו הגובה שבו ערך פונקציית המטרה הוא 5.

ג. באיזו נקודה בתחום האפשרי מקבלת פונקציית המטרה ערך מקסימלי?

5) מצא ערך מינימלי של הפונקציה $f(x,y)=2x-y$

כאשר האילוצים הם:

$$x+y \le 5$$
$$y \ge 0$$
$$y \ge 6-2x$$

.

6) מצא ערך מינימלי וערך מקסימלי של פונקציית המטרה $f(x,y)=x+2y$.

תחת האילוצים: $x \le 2 \ , \ x \ge y \ , \ x+y \le 3 \ , \ y+2 \ge 0$.

7) נתונים האילוצים:

$$y \le 2x+3$$
$$x+2y \le 21$$
$$x+7y \ge 21$$
$$y \le 7$$

א. שרטט את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים.

ב. מצא את הערך המקסימלי שמקבלת פונקציית המטרה $f(x,y)=16x-8y$ בתחום זה.

ג. מצא שני פתרונות אפשריים, שעבורם מקבלת פונקציית המטרה את הערך 8.

8) נתונה מערכת האילוצים:

$$2y+5x\ge 0$$
$$2y-x\le 12$$
$$x+y\le 10$$
$$y\ge 2\frac{1}{2}$$

פונקציית המטרה היא: $f(x,y)=10x-10y$.

א. שרטט את התחום האפשרי המתקבל ממערכת האילוצים.

ב. באיזה נקודה בתחום מקבלת פונקציית המטרה ערך מקסימלי?

ג. תן דוגמא לשתי נקודות השייכות לתחום האפשרי ושעבורן הערך של פונקציית המטרה הוא 20-.

תשובות סופיות

1) א. מערכת אילוצים: פונקציית מטרה: $f(x,y)=800x+1400y$.

$$x+y\le 10$$
$$14x+42y\le 364$$
$$350x+210y\le 2800$$
$$y\ge 0\ ;\ x\ge 0$$

ב. עגבניות: 2 דונם, פלפל: 8 דונם. ג. 12,800 שקל.

2) 7 ארונות מטבח, 4 ארונות בגדים.

3) א. 4 שולחנות סלוניים, 6 שולחנות אוכל.

ב. לא תשתנה. כיוון שהאילוץ של מכונת הצביעה, גם הוא משתנה ל- $x+y\le 1$, עדיין נמצא מחוץ לתחום.

4) ג. $(3,2)$

5) מינימום: $f(1,4)=-2$.

6) מינימום: $f(-2,-2)=-6$, מקסימום: $f(1.5,1.5)=4.5$.

7) ב. מקסימום: $f(7,2)=96$. ג. נקודות בתחום על הקו $y=2x-1$, לדוגמא: $(2,3)$; $(3,5)$; $(4,7)$.

8) ב. מקסימום בנקודה $(7.5,2.5)$. ג. לדוגמא: $(2,4)$; $(1,3)$; $(3,5)$.