

אלגברה ליניארית לכימאים

פרק 1 - תורת הקבוצות

תוכן העניינים

1. מבוא לתורת הקבוצות.....1
2. פעולות על קבוצות.....2
3. דיאגרמת ון.....4
4. קריאת קבוצות.....6

מבוא לתורת הקבוצות

שאלות

(1) לגבי כל אחד מהממדים הבאים רשמו ב-□ את הסימן המתאים, $\in, \notin, \subseteq, \subset, \supseteq, \supset, \neq$. שימו לב שתיתכן יותר מתשובה אחת. אם התשובה היא $\neq$, נמקו.

א. $1 \square \{1, \{1\}\}$ ב. $\{1\} \square \{1, \{1\}\}$ ג. $\{8, \emptyset\} \square \{1, 2, 8\}$

ד. $\emptyset \square \{1, 2\}$ ה. $\emptyset \square \{\emptyset, 1, 2\}$

ו. $\{2\} \square \{\{1, \{2\}\}\}$ ז. $\{2\} \square \{2, \{2, \{2\}\}\}$

ח. $\{2\} \square \{2, \{2\}, \{\{2\}\}\}$ ט. $\{2\} \square \{2, \{2, \{2\}\}, \{2\}\}$

י. $\{\{2\}, \emptyset\} \square \{2, \{2\}, \{\{2\}\}\}$ יא. $\emptyset \square \{1, \{\emptyset\}\}$

יב. $\{\emptyset\} \square \{1, \{\emptyset\}\}$ יג. $\{1, 2\} \square \{1, \{2\}\}$

יד. $1 \square \mathbb{N}$ טו. $\{1\} \square \mathbb{N}$

טז. $1 \square \{\mathbb{N}\}$ יז. $\{1\} \square \{\mathbb{N}\}$

תשובות סופיות

(1) א. $\in$ ב. $\in, \subseteq, \subset$ ג. $\notin, \supseteq$ ד. $\in, \subseteq, \subset$ ה. $\in, \subseteq, \subset$

ו. $\notin, \supseteq$ ז. $\in, \subseteq, \subset$ ח. $\in, \subseteq, \subset$ ט. $\in, \subseteq, \subset$ י. $\notin, \supseteq$

יא. $\in, \subseteq, \subset$ יב. $\notin, \supseteq$ יג. $\notin, \supseteq$ יד. $\in, \notin$ טו. $\in, \subseteq, \subset$

טז. $\notin$ יז. $\notin, \supseteq$

פעולות על קבוצות

שאלות

(1) עבור $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{1, 4, 6\}$ חשבו את הקבוצות הבאות:

א. $(A \cup C) \setminus B$

ב. $(A \cap B) \cup C$

ג. $A \cap (B \cup C)$

ד. $P(A)$

ה. $C \setminus A$

(2) עבור $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{1, 4, 6\}$:

א. האם $B \subseteq C$?

ב. האם $\{1\} \subseteq B$?

ג. האם $\{1\} \subseteq A$?

ד. האם $\{1\} \in P(A)$?

ה. האם $\{1\} \subseteq P(A)$?

ו. האם $\{\{1\}\} \subseteq P(A)$?

ז. האם $\{\{1\}, \emptyset\} \subseteq P(A)$?

(3) עבור $A = \{1, \{3, *\}, \emptyset\}, B = \{4, \emptyset\}$ חשבו:

א. $A \cup B$

ב. $A \cap B$

ג. $A - B$

ד. $B - A$

ה. $A \oplus B$

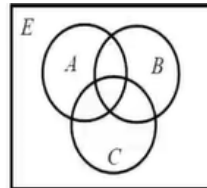
תשובות סופיות

- (1) א. $\{1, 2, 6\}$ ב. $\{1, 3, 4, 6\}$ ג. $\{1, 3\}$ ד. $2 \notin P(A)$
- (2) א. לא. ב. לא. ג. כן. ד. כן.
- ה. לא. ו. כן. ז. כן.
- (3) א. $\{1, \{3, *\}, \emptyset, 4\}$ ב. $\{\emptyset\}$ ג. $\{1, \{3, *\}\}$ ד. $\{4\}$
- ה. $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

דיאגרמת ון

שאלות

(1) באיור שלהלן דיאגרמת ון.

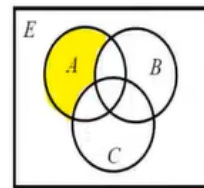


קווקוו את השטח המתאר את הקבוצות הבאות :

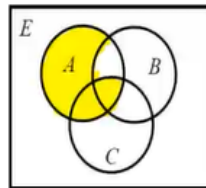
- | | |
|------------------------|-------------------------------------|
| א. $(A - B) - C$ | ב. $A - (B - C)$ |
| ג. $A \cap B^c$ | ד. $(A \cap B^c) \cup (C \cap A^c)$ |
| ה. $(A \cap B) \cap C$ | ו. $A \cap (B \cap C)$ |
| ז. $(A \cup B) \cup C$ | ח. $A \cup (B \cup C)$ |

תשובות סופיות

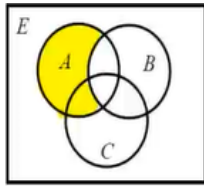
1 א.



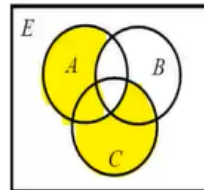
ב.



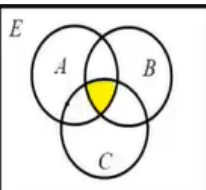
ג.



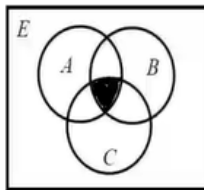
ד.



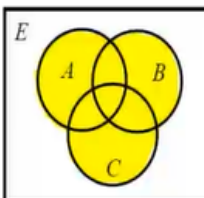
ה.



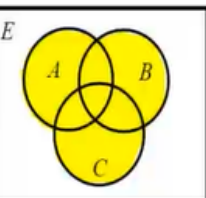
ו.



ז.



ח.



קריאת קבוצות

שאלות

(1) עבור $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, רשמו בשתי דרכים את הקבוצות הבאות:

א. קבוצת המספרים טבעיים האי זוגיים, $\mathbb{N}_{\text{odd}} = \{1, 3, 5, \dots\}$.

ב. קבוצת כל הטבעיים שיש להם שורש ריבועי, $A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots\}$.

ג. קבוצת כל הטבעיים שאין להם שורש ריבועי,

$B = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, \dots\}$.

ד. קבוצת כל השורשים של מספרים טבעיים,

$C = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots\}$.

ה. קבוצת כל החזקות של 2,

$D = \{2^1, 2^2, 2^3, \dots\} = \{2, 4, 8, 16, 32, \dots\}$.

(2) עבור $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, חשבו את הקבוצות הבאות:

א. $C = \{3n-1 \mid n \in \mathbb{N}\}$.

ב. $K = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \geq 2 \rightarrow x^2 > 41\}$.

ג. $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \geq 7 \rightarrow x < 20\}$.

ד. $C = \{3n-1 \mid n \in \mathbb{N} \wedge \sqrt{n} \in \mathbb{N}\} = \{3n-1 \mid \sqrt{n} \in \mathbb{N}\}$.

ה. $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq 8 \rightarrow x^2 < 67\}$.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. דרך 1: } \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \frac{n+1}{2} \in \mathbb{N} \right\}, \text{ דרך 2: } \{2n-1 \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

$$\text{ב. דרך 1: } \{n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n} \in \mathbb{N}\}, \text{ דרך 2: } \{n^2 \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

$$\text{ג. דרך 1: } \{n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n} \notin \mathbb{N}\}, \text{ דרך 2: } \{n \mid n \in \mathbb{N} \wedge \forall k \in \mathbb{N} \ n \neq k^2\}.$$

$$\text{ד. דרך 2: } \{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

$$\text{ה. דרך 1: } \{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N} \ n = 2^k\}, \text{ דרך 2: } \{2^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

$$(2) \quad \text{א. } C = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots\}$$

$$\text{ב. } \mathbb{Z} - \{\pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6, \dots\}$$

$$\text{ג. } \mathbb{Z} - \{20, 21, 22, 23, \dots\}$$

$$\text{ד. } \{2, 11, 26, 74, 107, 146, \dots\}$$

$$\text{ה. } \mathbb{Z} - \{9, 10, 11, 12, \dots\}$$