

הסתברות וסטטיסטיקה

פרק 16 - תוחלת ושונויות של סכום משתנים מקריים

תוכן העניינים

1. כללי 1

תוחלת ושונות של סכום משתנים מקריים:

רקע:

אם: X_1, X_2, \dots, X_n משתנים מקריים אזי:

$$E(T) = E(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$$

אם: X_1, X_2, \dots, X_n משתנים מקריים בלתי תלויים בזוגות, אזי:

$$V(T) = V(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = V(X_1) + V(X_2) + \dots + V(X_n)$$

דוגמה:

אדם משחק בשני משחקי מזל בלתי תלויים. תוחלת סכות הזכייה של המשחק הראשון היא 7 עם סטיית תקן 3. תוחלת סכום הזכייה של המשחק השני היא 2- עם סטיית תקן 4.

מה התוחלת ומהי השונות של סכום הזכייה הכולל של שני המשחקים יחד?

שאלות:

(1) הרווח ממניה א' הוא עם תוחלת של 5 ושונות 10. הרווח ממניה ב' הוא עם תוחלת של 4 ושונות. ידוע שההשקעות של שתי המניות בלתי תלויות זו בזו. מה התוחלת והשונות של הרווח הכולל מהשקעה בשתי המניות יחד?

(2) X ו-Y הם משתנים בלתי תלויים, סטיית התקן של X היא 3. סטיית התקן של Y היא 4. מהי סטיית התקן של X+Y?

(3) אדם משחק בשני משחקי מזל בלתי תלויים זה בזה: X - סכום הזכייה במשחק הראשון. Y - סכום הזכייה במשחק השני. נתון:

$$\sigma(X) = 3, \quad E(x) = 10$$

$$\sigma(Y) = 4, \quad E(y) = 12$$

מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של סכום הזכייה בשני המשחקים?

(4) ברולטה הסיכוי לזכות ב- 30 ש"ח הוא חצי, ב-10 ש"ח רבע וכך גם ב-20 ש"ח. מה היא התוחלת והשונות של סכום הזכייה הכולל לאדם המשחק ברולטה 4 פעמים?

(5) נתון משתנה מקרי בעל פונקציית ההסתברות הבאה:

$$K = 2, 3, 4, 5, \quad P(X = K) = \frac{A}{K-1}$$

$$0 \text{ אחר } t$$

מצאו את ערכו של A.

א. חשבו את התוחלת והשונות של X.

ב. נלקחו n משתנים מקריים בלתי תלויים מההתפלגות הנ"ל. בטאו באמצעות n את תוחלת והשונות של סכום המשתנים.

תשובות סופיות:

- (1) תוחלת: 9, שונות: 15.
- (2) 5.
- (3) תוחלת: 22, שונות: 5.
- (4) תוחלת: 90, שונות: 275.
- (5) א. $A = \frac{12}{25} = 0.48$. ב. תוחלת: 2.92, שונות: 1.1136.
ג. תוחלת: 2.92, שונות: $1.1136n$.