

מתמטיקה לכלכלנים ב

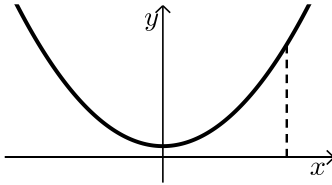
פרק 7 - שימושי האינטגרל המסוים - נפח גוף סיבוב

תוכן העניינים

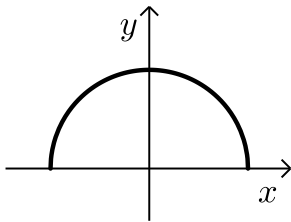
1. חישוב נפח גוף-סיבוב.....1

חישוב נפח גוף-סיבוב

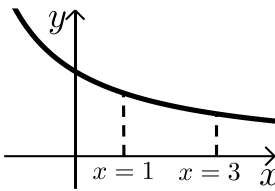
שאלות



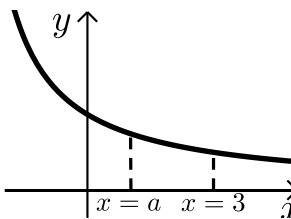
- (1) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 1$.
השטח הכלוא בין הפונקציה, הישר $x = 3$
והצירים מסתובב סביב ציר ה- x .
חשבו את נפח גוף הסיבוב המתקבל באופן זה.



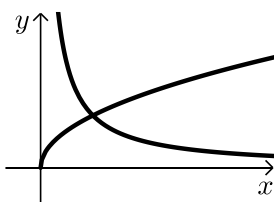
- (2) באיור שלהלן נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$.
א. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה
עם ציר ה- x .
ב. חשבו את נפח הגוף שנוצר ע"י סיבוב
גרף הפונקציה סביב ציר ה- x .



- (3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{12}{x+3}$ בתחום $x \geq 0$.
גרף הפונקציה מסתובב סביב ציר ה- x .
נסמן את נפח הגוף שנוצר בתחום $0 \leq x \leq 1$,
ב- V_1 ואת נפח הגוף שנוצר בתחום $1 \leq x \leq 3$, ב- V_2 .
חשבו את היחס $\frac{V_1}{V_2}$.

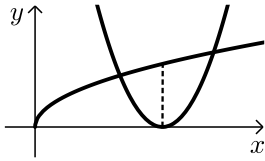


- (4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{12}{x+3}$ בתחום $x \geq 0$.
גרף הפונקציה מסתובב סביב ציר ה- x .
נסמן את נפח הגוף הנוצר בתחום $0 \leq x \leq a$,
ב- V_1 ואת נפח הגוף שנוצר בתחום $a \leq x \leq 3$, ב- V_2 .
מתקיים $V_1 = V_2$.
מצאו את a .



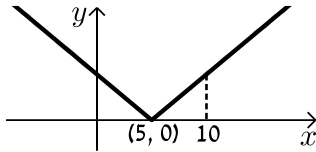
- (5) בשרטוט הבא נתונות הפונקציות ברביע הראשון
 $f(x) = \sqrt{x}$ ו- $g(x) = \frac{1}{x}$.
מצאו את נפח גוף הסיבוב שנוצר, כאשר השטח הכלוא
בין הפונקציות והישר $x = 2$ מסתובב סביב ציר ה- x .

6 נתונים הגרפים של הפונקציות $f(x) = \sqrt{x}$ ו- $g(x) = (2x-3)^2$.

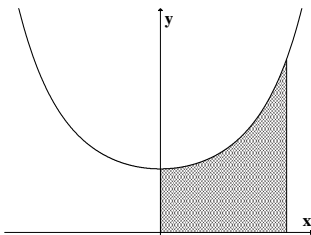


- א. הראו כי הפונקציות נפגשות בנקודה שבה $x=1$.
 ב. השטח הכלוא בין הפונקציות ונמצאו משמאל לאורך לציר ה- x , היוצא מקודקוד הפרבולה $g(x)$ מסתובב סביב ציר ה- x .
 מצאו את נפח גוף הסיבוב שנוצר.

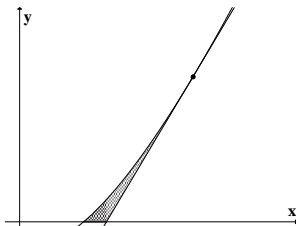
7 להלן גרף הפונקציה $f(x) = |x-5|$.



- א. חשבו את נפח הגוף שנוצר כאשר השטח בין גרף הפונקציה בתחום $0 \leq x \leq 10$ ובין ציר ה- x מסתובב סביב ציר ה- x .
 ב. האם תוצאת החישוב של הסעיף הקודם תשתנה, אם במקום $f(x) = |x-5|$ נשתמש בפונקציה $g(x) = x-5$? נמקו.



8 השטח, הכלוא בין גרף הפונקציה $y = e^{x^2}$ והישרים $y=0$, $x=0$, $x=1$ מסתובב סביב ציר ה- y .
 מהו נפח הגוף המתקבל?



9 השטח, הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x \ln x$, המשיק לגרף בנקודה (e, e) וציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x .
 מהו נפח הגוף המתקבל?

תשובות סופיות

$$(1) \quad V = 69\frac{3}{5}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(2) \quad \text{א. } (-2,0), (2,0) \quad \text{ב. } V = 10\frac{2}{3}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(3) \quad \frac{V_1}{V_2} = 1$$

$$(4) \quad a = 1$$

$$(5) \quad V = \pi \text{ יח"ינ}$$

$$(6) \quad V = \frac{21}{40}\pi \text{ יח"ינ}$$

$$(7) \quad \text{א. } V = 83\frac{1}{3}\pi \text{ יח"ינ} \quad \text{ב. לא}$$

$$(8) \quad \pi(e-1)$$

$$(9) \quad \frac{e^3 - 4}{54}\pi$$