

מתמטיקה לכלכלנים ב

פרק 9 - שימושי האינטגרל המסויים (נפח-שטח מעטפת)

תוכן העניינים

1. חישוב נפח גוף-סיבוב.....1

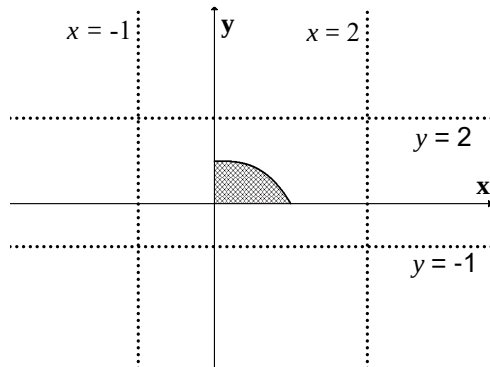
חישוב נפח גוף-סיבוב

שאלות

- 1) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר ה- x .
חשבו את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
ב. שיטת הקליפות הגליליות.

- 2) השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y = x^2$ ו- $y = 2x$ מסתובב סביב ציר ה- y .
חשבו את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
ב. שיטת הקליפות הגליליות.

השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = 1 - x^3$ והצירים, מסתובב סביב ציר כלשהו. מצאו את נפח הגוף המתקבל בכל מקרה בשאלות 3-8:

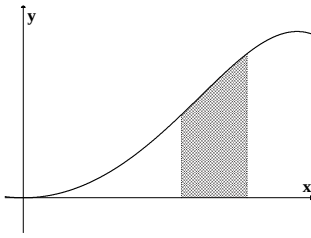


- 3) ציר ה- x .
4) הישר $y = -1$.
5) הישר $y = 2$.
6) ציר ה- y .
7) הישר $x = -1$.
8) הישר $x = 2$.

9) נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח גליל.

10) נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח חרוט.

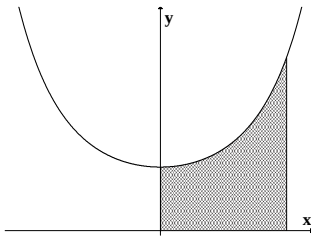
11) נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח כדור.



12 השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = \sin(x^2)$

והישרים $x = \sqrt{\frac{\pi}{6}}$, $x = \sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $y = 0$

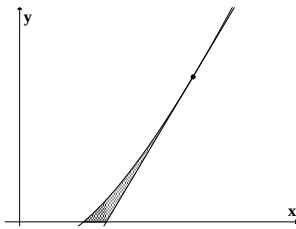
מסתובב סביב ציר ה- y .
מהו נפח הגוף המתקבל?



13 השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y = e^{x^2}$

והישרים $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$

מסתובב סביב ציר ה- y .
מהו נפח הגוף המתקבל?



14 השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x) = x \ln x$

המשיק לגרף בנקודה (e, e) וציר ה- x ,

מסתובב סביב ציר ה- x .
מהו נפח הגוף המתקבל?

15 השטח הכלוא בין הגרפים של $f(x) = x^2$, $f(x) = 2x + 8$, $x = 0$

מסתובב סביב הישר $x = 4$.

מצאו את נפח גוף הסיבוב שמתקבל.

תשובות סופיות

$$(1) \quad \text{א. } \frac{64}{15}\pi \quad \text{ב. } \frac{64}{15}\pi$$

$$(2) \quad \text{א. } \frac{8}{3}\pi \quad \text{ב. } \frac{8}{3}\pi$$

$$(3) \quad \frac{9\pi}{14}$$

$$(4) \quad \frac{15\pi}{7}$$

$$(5) \quad \frac{33\pi}{14}$$

$$(6) \quad \frac{3\pi}{5}$$

$$(7) \quad 2.1\pi$$

$$(8) \quad \frac{12\pi}{5}$$

$$(9) \quad V = \pi R^2 \cdot H$$

$$(10) \quad V = \frac{\pi R^2 \cdot H}{3}$$

$$(11) \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$(12) \quad \frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$$

$$(13) \quad \pi(e-1)$$

$$(14) \quad \frac{e^3-4}{54}\pi$$

$$(15) \quad 128\pi$$