# חדוא 1

## פרק 27 - שימושי האינטגרל המסויים (נפח-שטח מעטפת)

### תוכן העניינים

1. חישוב נפח גוף-סיבוב ..... 1
2. חישוב שטח מעטפת גוף-סיבוב ..... 4
3. חישוב נפח גוף כללי ..... 5

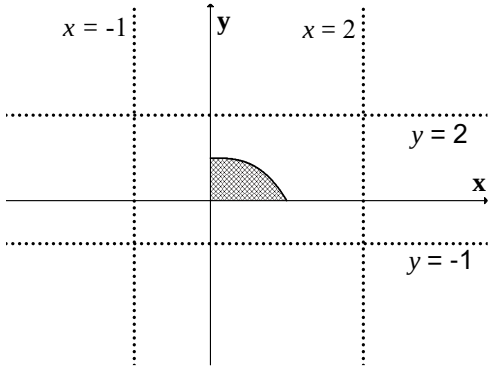
# חישוב נפח גוף-סיבוב

## שאלות

**1)** השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y=x^2$ ו- $y=2x$ מסתובב סביב ציר ה- $x$.
חשבו את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
ב. שיטת הקליפות הגליליות.

**2)** השטח הכלוא בין גרף הפונקציות $y=x^2$ ו- $y=2x$ מסתובב סביב ציר ה- $y$.
חשבו את נפח הגוף המתקבל בשתי דרכים:
א. שיטת הדיסקות (cavalieri).
ב. שיטת הקליפות הגליליות.

השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)=1-x^3$ והצירים, מסתובב סביב ציר כלשהו.
מצאו את נפח הגוף המתקבל בכל מקרה בשאלות **3-8**:




**3)** ציר ה- $x$.

**4)** הישר $y=-1$.

**5)** הישר $y=2$.

**6)** ציר ה- $y$.

**7)** הישר $x=-1$.

**8)** הישר $x=2$.

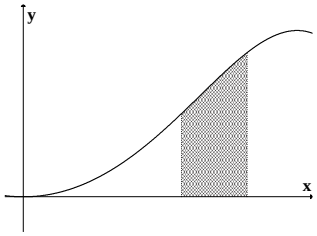
**9)** נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח גליל.

**10)** נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח חרוט.

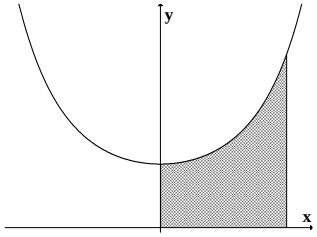
**11)** נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב נפח כדור.


כתב ופתר – גיא סלומון ©

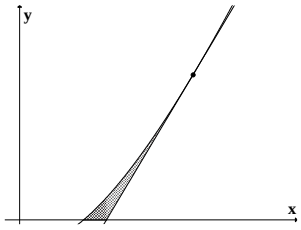
**12)** השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y=\sin\left(x^2\right)$
והישרים $y=0$, $x=\sqrt{\frac{\pi}{3}}$, $x=\sqrt{\frac{\pi}{6}}$,
מסתובב סביב ציר ה- $y$.
מהו נפח הגוף המתקבל?




**13)** השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $y=e^{x^2}$
והישרים $y=0,\ x=0,\ x=1$,
מסתובב סביב ציר ה- $y$.
מהו נפח הגוף המתקבל?




**14)** השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f\left(x\right)=x\ln x$,
המשיק לגרף בנקודה $\left(e,e\right)$ וציר ה- $x$,
מסתובב סביב ציר ה- $x$.
מהו נפח הגוף המתקבל?




**15)** השטח הכלוא בין הגרפים של $f(x)=x^2,\ f(x)=2x+8$, $x=0$
מסתובב סביב הישר $x=4$.
מצאו את נפח גוף הסיבוב שמתקבל.


כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) א. $\frac{64}{15}\pi$ ב. $\frac{64}{15}\pi$

2) א. $\frac{8}{3}\pi$ ב. $\frac{8}{3}\pi$

3) $\frac{9\pi}{14}$

4) $\frac{15\pi}{7}$

5) $\frac{33\pi}{14}$

6) $\frac{3\pi}{5}$

7) $2.1\pi$

8) $\frac{12\pi}{5}$

9) $V=\pi R^2\cdot H$

10) $V=\frac{\pi R^2\cdot H}{3}$

11) $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

12) $\frac{\pi}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$

13) $\pi\left(e-1\right)$

14) $\frac{e^3-4}{54}\pi$

15) $128\pi$


כתב ופתר – גיא סלומון ©

# חישוב שטח מעטפת של גוף-סיבוב

## שאלות

1) הפונקציה $y=\sqrt{4-x^2}$ , עבור $-1\le x\le 1$ , מסתובבת סביב ציר ה- $x$ .
מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

2) נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של חרוט.

3) נסחו והוכיחו את הנוסחה לחישוב שטח מעטפת של כדור.

4) הפונקציה $x=\sqrt{9-y^2}$ , עבור $-2\le y\le 2$ , מסתובבת סביב ציר ה- $y$ .
מהו שטח המעטפת של הגוף שנוצר?

## תשובות סופיות

1) $8\pi$
2) $S=\pi R\sqrt{H^2+R^2}$
3) $S=4\pi R^2$
4) $24\pi$

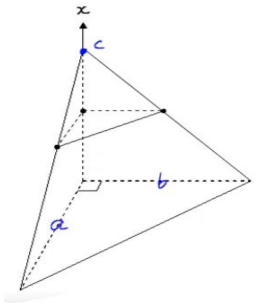

כתב ופתר – גיא סלומון ©

# חישוב נפח גוף כללי

## שאלות

**1)** מצאו נוסחה לחישוב נפח פירמידה ישרה, אשר גובהה $h$ ובסיסה הוא ריבוע שאורך צלעו $a$.

**2)** חשבו את נפחה של פירמידה, שבסיסה הוא משולש ישר זווית (ראו איור).




## תשובות סופיות

**1)** $V=\frac{a^2h}{3}$

**2)** $\frac{abc}{6}$


כתב ופתר – גיא סלומון ©