

# מבוא מתמטי לתלמידי כימיה וכדורה"א

## 80112 2

פרק 8 - שימושי האינטגרל הכפול

תוכן העניינים

1. שימושי האינטגרל הכפול.....1

## שימושי האינטגרל הכפול

## שאלות

בשאלות 1-4 חשבו את שטחי התחומים החסומים ע"י העקומים:

$$x + y = 2, \quad x^2 - 4y = 4 \quad (1)$$

$$(a > 0) \quad xy = a^2, \quad x + y = \frac{5}{2}a \quad (2)$$

$$y^2 = 9 - x, \quad y^2 = 9 - 9x \quad (3)$$

$$x + y = 3, \quad y^2 = 4x \quad (4)$$

בשאלות 5-10 חשבו את נפחי הגופים החסומים ע"י המשטחים:

$$z = 1 + x + y, \quad z = 0, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (5)$$

$$z = 0, \quad z = x^2 + y^2, \quad y = 1, \quad y = x^2 \quad (6)$$

$$(x > 0) \quad z = 0, \quad z = x^2 + y, \quad y = 0.5x, \quad y = 2x, \quad y = \frac{2}{x} \quad (7)$$

$$z = 0, \quad \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1, \quad 2y^2 = x \quad (8)$$

$$(z \geq 0) \quad x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, \quad z = y \quad (9)$$

$$z = x + y, \quad z = 6, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0 \quad (10)$$

**(11)** ללוח דק בצורת משולש, שקדקודיו הם  $(0,1)$ ,  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,

יש פונקציית צפיפות  $\delta(x,y) = xy$ .

א. חשבו את מסת הלוח.

ב. חשבו את מרכז הכובד של הלוח.

**(12)** ללוח דק בצורת מלבן  $R = \left\{ (x,y) \mid -\frac{b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}, -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \right\}$ ,

יש פונקציית צפיפות קבועה (הלוח הומוגני).

חשבו את מומנט ההתמד של הלוח סביב ציר ה- $z$ .

בטאו את התשובה באמצעות המסה של הלוח,  $M$ .

**(13)** מצאו את שטח הפנים של חלק הגליל  $x^2 + z^2 = 4$ , הנמצא מעל למלבן

$R = \{(x,y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 4\}$ , שבמישור  $xy$ .

## תשובות סופיות

(1)  $\frac{64}{3}$

(2)  $a^2 \left( \frac{15}{8} - 2 \ln 2 \right)$

(3) 32

(4)  $\frac{64}{3}$

(5)  $\frac{5}{6}$

(6)  $\frac{88}{105}$

(7)  $\frac{17}{6}$

(8)  $16\frac{1}{5}$

(9)  $\frac{8}{3}$

(10) 36

(11) א.  $\frac{1}{24}$  ב.  $\left( \frac{2}{5}, \frac{2}{5} \right)$

(12)  $\frac{M(a^2 + b^2)}{12}$

(13)  $\frac{1}{6}\pi(5\sqrt{5}-1)$