מבוא מתמטי לתלמידי כימיה וכדה"א 2

פרק 12 - שימושי האינטגרל הכפול

תוכן העניינים

1. שימושי האינטגרל הכפול 1

שימושי האינטגרל הכפול

שאלות

בשאלות **1-4** חשבו את **שטחי התחומים** החסומים ע"י העקומים:

1) $x+y=2,\quad x^2-4y=4$

2) $(a>0)\quad xy=a^2,\quad x+y=\frac{5}{2}a$

3) $y^2=9-x,\quad y^2=9-9x$

4) $x+y=3,\quad y^2=4x$

בשאלות **5-10** חשבו את **נפחי הגופים** החסומים ע"י המשטחים:

5) $z=1+x+y,\ z=0,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0$

6) $z=0,\ z=x^2+y^2,\ y=1,\ y=x^2$

7) $(x>0)\ z=0,\ z=x^2+y,\ y=0.5x,\ y=2x,\ y=\frac{2}{x}$

8) $z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1,\ 2y^2=x$

9) $(z\geq 0)\ x^2+\frac{y^2}{4}=1,\ z=y$

10) $z=x+y,\ z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

11) ללוח דק בצורת משולש, שקדקודיו הם $(1,0)$, $(0,0)$, $(0,1)$,
יש פונקציית צפיפות $\delta(x,y)=xy$.

א. חשבו את מסת הלוח.

ב. חשבו את מרכז הכובד של הלוח.

12) ללוח דק בצורת מלבן $R=\left\{(x,y)\,|\,-\frac{b}{2}\le y\le\frac{b}{2},\quad -\frac{a}{2}\le x\le\frac{a}{2}\right\}$,
יש פונקציית צפיפות קבועה (הלוח הומוגני).
חשבו את מומנט ההתמד של הלוח סביב ציר ה- z .
בטאו את התשובה באמצעות המסה של הלוח, M .

13) מצאו את שטח הפנים של חלק הגליל $x^2+z^2=4$, הנמצא מעל למלבן $R=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 4\}$, שבמישור xy .

כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $\frac{64}{3}$

2) $a^2\left(\frac{15}{8}-2\ln 2\right)$

3) 32

4) $\frac{64}{3}$

5) $\frac{5}{6}$

6) $\frac{88}{105}$

7) $\frac{17}{6}$

8) $16\frac{1}{5}$

9) $\frac{8}{3}$

10) 36

11) א. $\frac{1}{24}$ ב. $\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

12) $\frac{M\left(a^2+b^2\right)}{12}$

13) $\frac{1}{6}\pi\left(5\sqrt{5}-1\right)$

כתב ופתר – גיא סלומון ©