# חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי ב

## פרק 20 - שימושי האינטגרל הכפול

### תוכן העניינים

1. שימושי האינטגרל הכפול ..... 1

# שימושי האינטגרל הכפול

## שאלות

בשאלות **1-4** חשבו את **שטחי התחומים** החסומים ע"י העקומים:

**1)** $x+y=2,\quad x^2-4y=4$

**2)** $(a>0)\quad xy=a^2,\quad x+y=\frac{5}{2}a$

**3)** $y^2=9-x,\quad y^2=9-9x$

**4)** $x+y=3,\quad y^2=4x$

בשאלות **5-10** חשבו את **נפחי הגופים** החסומים ע"י המשטחים:

**5)** $z=1+x+y,\ z=0,\ x+y=1,\ x=0,\ y=0$

**6)** $z=0,\ z=x^2+y^2,\ y=1,\ y=x^2$

**7)** $(x>0)\ z=0,\ z=x^2+y,\ y=0.5x,\ y=2x,\ y=\frac{2}{x}$

**8)** $z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1,\ 2y^2=x$

**9)** $(z\geq 0)\ x^2+\frac{y^2}{4}=1,\ z=y$

**10)** $z=x+y,\ z=6,\ x=0,\ y=0,\ z=0$


כתב ופתר – גיא סלומון ©

**11)** ללוח דק בצורת משולש, שקדקודיו הם $(1,0)$, $(0,0)$, $(0,1)$,
יש פונקציית צפיפות $\delta(x,y)=xy$ .

א. חשבו את מסת הלוח.

ב. חשבו את מרכז הכובד של הלוח.

**12)** ללוח דק בצורת מלבן $R=\left\{(x,y)\,|\,-\frac{b}{2}\le y\le\frac{b}{2},\quad -\frac{a}{2}\le x\le\frac{a}{2}\right\}$,
יש פונקציית צפיפות קבועה (הלוח הומוגני).
חשבו את מומנט ההתמד של הלוח סביב ציר ה- $z$ .
בטאו את התשובה באמצעות המסה של הלוח, $M$ .

**13)** מצאו את שטח הפנים של חלק הגליל $x^2+z^2=4$ , הנמצא מעל למלבן $R=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 4\}$ , שבמישור $xy$ .


כתב ופתר – גיא סלומון ©

## תשובות סופיות

1) $\frac{64}{3}$

2) $a^2\left(\frac{15}{8}-2\ln 2\right)$

3) $32$

4) $\frac{64}{3}$

5) $\frac{5}{6}$

6) $\frac{88}{105}$

7) $\frac{17}{6}$

8) $16\frac{1}{5}$

9) $\frac{8}{3}$

10) $36$

11) א. $\frac{1}{24}$ ב. $\left(\frac{2}{5},\frac{2}{5}\right)$

12) $\frac{M\left(a^2+b^2\right)}{12}$

13) $\frac{1}{6}\pi\left(5\sqrt{5}-1\right)$


כתב ופתר – גיא סלומון ©