חשבון אינפיניטסימאלי ב

פרק 10 - שימושים של משוואות דיפרנציאליות

תוכן העניינים

1. בעיות גדילה ודעיכה 1
2. בעיות בגיאומטריה אנליטית 3

בעיות גדילה ודעיכה

שאלות

1) קצב הריבוי הטבעי העולמי הוא 2% בשנה.
ידוע כי בשנת 1980 היו בעולם 4 מיליארד איש.

א. כמה אנשים היו בעולם בשנת 2010?

ב. כמה אנשים היו בעולם בשנת 1974?

ג. באיזו שנה יהיו בעולם 50 מיליארד אנשים?

*הניחו שאוכלוסיית העולם גדלה מעריכית (כלומר, שבכל רגע קצב הגידול פרופורציונלי לערכו).

2) האוכלוסייה בעיר מסוימת גדלה מעריכית.
בשנה מסוימת היו בעיר 400 אלף תושבים,
ואחרי 4 שנים היו בה 440 אלף תושבים.

א. מצאו את אחוז הגידול השנתי.

ב. מצאו כעבור כמה שנים (החל מהשנה המסוימת),
היו בעיר 550 אלף תושבים.

3) אדם הפקיד סכום כסף בבנק בריבית דריבית של 4%.
כעבור 5 שנים הצטברו לאדם 5,000 ש״ח.

א. כמה כסף הפקיד האדם?

ב. כעבור כמה שנים יהיו לאדם 7,000 ש״ח?

4) מספר חיות הבר בעין גדי גדל בצורה מעריכית.
בספירה הראשונית היו 1,000 חיות.
בספירה השנייה שנעשתה, כעבור 20 חודשים, היו 1,400 חיות בר.
מצאו אחרי כמה חודשים, החל מהספירה הראשונה,
היו בשמורה 2,000 חיות בר.

5) ליסוד הרדיואקטיבי פחמן 14 יש זמן מחצית חיים של 5,750 שנים.
ידוע כי קצב ההתפרקות הרגעי של היסוד,
פרופורציונלי לכמותו הנמצאת באותו הרגע.

א. כמה גרמים של יסוד זה ישרדו אחרי 1,000 שנים,
מכמות התחלתית של 100 גרם?

ב. כעבור כמה שנים תישאר כמות של 10 גרם,
מכמות התחלתית של 100 גרם?

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

6) בבריכה אחת יש 240 טון דגים, וכמות הדגים בה גדלה ב-4% כל שבוע.
בבריכה השנייה יש 200 טון דגים, וכמות הדגים בה גדלה ב-10% כל שבוע.

א. בעוד כמה שבועות תהיינה כמויות הדגים בשתי הבריכות שוות?

ב. בעוד כמה שבועות תהיה כמות הדגים שבבריכה השנייה גדולה פי 2 מכמות הדגים שבבריכה הראשונה?

תשובות סופיות

1) א. 7.28 מיליארד. ב. 3.54 מיליארד. ג. בשנת 2,106.

2) א. 2% ב. 15.92 שנים.

3) א. 4093.65 ₪. ב. 13.41 שנים.

4) 40.77 חודשים.

5) א. 88.69 גרם. ב. 19,188 שנים.

6) א. 3.04 שבועות. ב. 14.6 שבועות.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

בעיות גיאומטריות

שאלות

1) על עקום מסוים ידוע, שהשיפוע של המשיק בכל נקודה (x,y) על העקום, שווה ל- $-\frac{x}{y}$.
מצאו את משוואת העקום.

2) תרגמו את התיאור המילולי הבא למשוואה דיפרנציאלית ופתרו אותה:
נתון עקום ברביע הראשון, העובר בנקודה $(2,4)$.
נתון כי ההפרש בין שיפוע המשיק לגרף העקום בנקודה $A(x,y)$ שעליו,
ובין שיפוע הישר המחבר את A עם ראשית הצירים,
שווה לשיעור ה- y של הנקודה A.

3) מצאו את משוואת העקום, המאונך לישר העובר דרך נקודה כלשהי על העקום ודרך הנקודה $(3,4)$, אם ידוע שהעקום עובר גם דרך הראשית.

תשובות סופיות

1) $x^2+y^2=k$

2) $y=2xe^{x-2}$

3) $y=4\pm\sqrt{25-(x-3)^2}$

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©