# קומבינטוריקה

## פרק 5 - שובך היונים

### תוכן העניינים

1. שובך היונים ..... 1

# שובך היונים

## שאלות

**1)** תהי $A=\{1,2,3,\cdots,49\}$.
הוכיחו כי לכל בחירה של קבוצה $B\subseteq A$, כך ש- $|B|=26$, יהיו ב- $B$ לפחות שני איברים שסכומם 49.

**2)** תהי $A$ קבוצה של שישה מספרים מתוך $\{1,\ldots 11\}$.
הוכיחו כי קיימות שתי תתי קבוצות של $A$ שסכום אבריהן שווה.

**3)** מה הגודל המירבי של קבוצה של מספרים טבעיים, שבה אין שני מספרים שסכומם או הפרשם מתחלק ב- 3009 ? נמקו.

**4)** תהי $A$ קבוצה של $n$ מספרים טבעיים כלשהם.
הוכיחו שקיימת קבוצה חלקית לא-ריקה של $A$, **שסכום** איבריה מתחלק ב- $n$.

**5)** הוכיחו כי בכל צביעה של המישור בשני צבעים, כחול ואדום, יש שתי נקודות שמרחקן אחד והן צבועות באותו צבע.

**6)** יהי $n\in\mathbb{N}$.
הוכיחו כי קיים $k\in\mathbb{N}$, כך שבמס' הטבעי $k\cdot n$ מופיעות הספרות 7 ו- 0 בלבד.

**7)** הוכיחו כי מבין כל 12 מספרים דו-ספרתיים יש שניים שהפרשם בעל שתי ספרות זהות.

**8)** הוכיחו כי מבין כל בחירת 26 נקודות בתוך משולש שווה צלעות, שאורך צלעו הוא אחד, יש שתי נקודות שהמרחק ביניהן קטן מ- $\frac{1}{5}$.

**9)** הוכיחו כי בכל בחירה של $n+1$ מספרים מתוך הקבוצה $\{1,2,3,\cdots,2n\}$, יש שני מספרים $x,y$ כך ש:

א. $x,y$ זרים (כלומר, המחלק המשותף המקסימלי שלהם הוא 1).

ב. $x$ מתחלק ב- $y$ ללא שארית.

ג. הראו כי החסם הנ"ל הדוק, כלומר אפשר לבחור $n$ מספרים מבלי שיתקיימו תנאים א ו-ב.


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – טל פלדמן ©

**10)** נבחר 46 מספרים מתוך הקבוצה $\{1,2,3,\cdots,81\}$.
הוכיחו כי יש שני מספרים שהפרשם הוא בדיוק 9.
הוכיחו גם כי המספר הנ"ל הדוק (כלומר מצאו 45 מספרים מתוך $\{1,2,3,\cdots,81\}$, שאין בהם שניים שהפרשם הוא בדיוק 9).

**11)** תהי $A$ קבוצה בת 20 מספרים מתוך הסדרה החשבונית $1,4,7,10,\cdots,100$.
הוכיחו כי יש שני מספרים שסכומם 104.

**12)** $n$ אנשים נפגשו במסיבה ולחצו ידיים.
הוכיחו כי יש שני אנשים שלחצו בדיוק אותו מספר ידיים.

**13)** הוכיחו כי בכל צביעה של קשתות הגרף השלם $K_6$ בשני צבעים, יש משולש מונוכרומטי.

**14)** הוכיחו כי בכל גרף יש שני קודקודים בעלי אותה דרגה.

**15)** לפוליטיקאי נותרו 50 ימים עד לבחירות, והוא מתכנן נאומי בחירות: לפחות אחד ביום אך לא יותר מ-75 נאומים בסך הכל.
הוכיחו כי קיימת סדרת ימים שבהם הוא נואם 24 נאומים.

**16)** יהי $n\in\mathbb{N}$.
הוכיחו כי קיים $m\in\mathbb{N}$, כך ש-$n$ מחלק את $2^m-1$.
הדרכה: התבוננו בסדרה $2^1-1,2^2-1,2^3-1,\cdots 2^{n+1}-1$.

לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il


כתב ופתר – טל פלדמן ©