

# שדות אלקטרומגנטיים 141035

פרק 12 - שדה חשמלי בחומר

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים בסיסיים ..... 1

## הרצאות ותרגילים בסיסיים:

### רקע:

#### הגדרות:

חומר דיאלקטרי - חומר שמכיל דיפולים.

במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

$\vec{E}_{free}$  - השדה של המטענים החופשיים.

$\vec{E}$  - השדה הכולל

$\epsilon_r$  או  $\kappa$  - מקדם דיאלקטרי של החומר -תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע.  $\epsilon_r > 1$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$\eta_i$  - צפיפות מטען מושרית/קשורה. צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר

הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$\eta_{free}$  - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני.

#### הקשר $\eta_{free}$ לשדה החופשי:

$$\eta_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free \perp}$$

$\eta_T$  - צפיפות המטען הכוללת, נוסחאות:

$$\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp} ; \eta_i = \eta_T - \eta_{free}$$

$\vec{P}$  - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$  - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

$N$  - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של  $\left[\frac{1}{m^3}\right]$ .

מומנט הדיפול הכולל של החומר (סכימה על כל הדיפולים):

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

שימו לב לא לבלבל,  $\vec{p}$  קטן ביחידות של דיפול ו  $\vec{P}$  גדול ביחידות של דיפול לנפח שני דברים שונים.

צפיפות מטען מושרית על השפה:

$$\eta_i \equiv \eta_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר  $\hat{n}$  הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

צפיפות מטען מושרית נפחית (רק אם  $\vec{P}$  לא אחיד):

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_{free} \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in,free}$$

בחומרים לינארים (כמעט תמיד בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי (סימטרי לכל הכיוונים):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

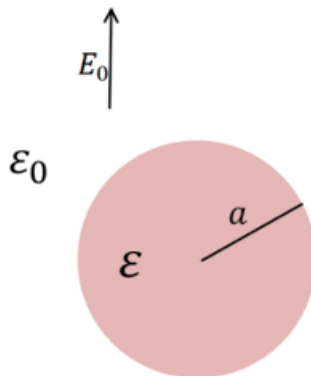
תנאי שפה לשדה והפוטנציאל:

1.  $\Delta D_{\perp} = \eta_{free}$  או  $\eta_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$  אבל הראשון עדיף. עבור הפוטנציאל, נמצא את השדה המאונך דרך  $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$  משם  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  ונציב.

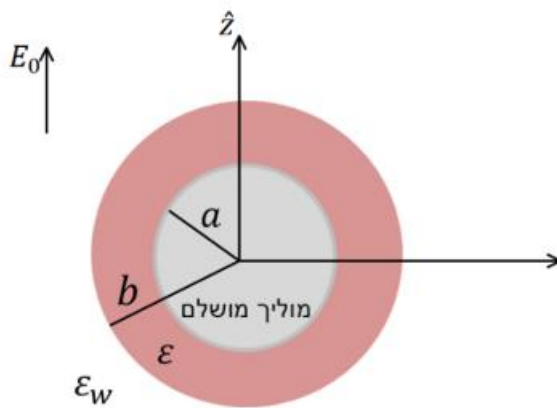
2. הפוטנציאל רציף או  $\Delta E_{\parallel} = 0$  או  $\Delta D_{\parallel} = \Delta P_{\parallel}$  בדרי"כ הראשון עדיף.

## שאלות:

- (1) כדור ברדיוס  $a$  עשוי מחומר דיאלקטרי אחיד בעל מקדם  $\epsilon$ . הכדור נמצא בשדה אחיד  $E_0$ . מצאו את הפוטנציאל והשדה בכל המרחב.



- (2) המערכת הבאה צריכה להסוות מכשיר חשמלי מגילוי בתוך מים. נניח כי המכשיר הוא כדור מוליך מושלם נייטרלי ברדיוס  $a$ . מקיפים את הכדור בשכבה בעובי  $b - a$  העשוי מחומר דיאלקטרי בעל מקדם  $\epsilon$ . המקדם הדיאלקטרי של מים הוא  $\epsilon_w$ . בשביל לבדוק את יעילות ההסוואה שמים את המערכת בתוך שדה אחיד  $E_0 \hat{z}$ .
- א. רשמו את תנאי השפה לפונקציות הפוטנציאל במרחב.  
 ב. חשבו את הפוטנציאל והשדה החשמלי בכל המרחב.  
 ג. מצאו מה צריך להיות רדיוס השכבה  $b$  כך שמחוץ לשכבה השדה החשמלי יישאר ללא שינוי  $E_0 \hat{z}$ .



## תשובות סופיות:

(1) הפוטנציאל והשדה בתוך הכדור:

$$\phi_1 = -\frac{3E_0}{2 + \epsilon_r} r \cos \varphi$$

$$\vec{E}_1 = \frac{3E_0}{2 + \epsilon_r} \hat{z}$$

מחוץ לכדור:

$$\phi_2 = -E_0 \left( r - \frac{(\epsilon_r - 1)a^3}{(2 + \epsilon_r)r^2} \right) \cos \varphi$$

$$\vec{E}_2 = E_0 \hat{z} + \frac{3p \cos \varphi \hat{r} - p \hat{z}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

(1)  $\phi_2(a) = C = 0$  .א (2)

(2)  $\phi_2(b) = \phi_3(b)$

(3)  $\Rightarrow \epsilon_W \frac{\partial \phi_3}{\partial r} \Big|_b = \epsilon \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \Big|_b$

(4)  $\phi_3(r \rightarrow \infty) = -E_0 z = -E_0 r \cos \varphi$

$\phi_3 = (Ar + Br^{-2}) \cos \varphi$  .ב

$A = -E_0$

$B = \frac{E_0 b^3 ((b^3 + 2a^3)\epsilon_r - (b^3 - a))}{2(b^3 - a^3) + (b^3 + 2a^3)\epsilon_r}$

$\phi_2 = (\tilde{A}r + \tilde{B}r^{-2}) \cos \varphi$

$\tilde{A} = \frac{-3E_0 b^3}{2(b^3 - a^3) + \epsilon_r(b^3 + 2a^3)}$

$\tilde{B} = -a^3 \tilde{A}$

$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_W}$

השדה הוא מינוס גרדיאנט של הפוטנציאל

$b = a \left( \frac{1+2\epsilon_r}{1-\epsilon_r} \right)^{\frac{1}{3}}$  .ג