

מתמטיקה הנדסית

פרק 10 - שאלות מסכמות ברמת בחינה בנושא משוואות דיפרנציאליות
חלקיות

תוכן העניינים

1. תרגילים 1

שאלות מסכמות ברמת בחינה

שאלות

$$u_{tt} = u_{xx} \quad -\infty < x < \infty \quad t > 0$$

(1) נתונה משוואת הגלים הבאה:

$$u(x, 0) = 1$$

$$u_t(x, 0) = g(x) = \begin{cases} 1-x^2 & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

חשבו את $u(x, 1)$.

$$u_{tt} = u_{xx} \quad 0 < x < \infty \quad t > 1$$

(2) פתרו את הבעיה: $0 \leq x < 1$:

$$u(x, 0) = f(x) = 0 \quad u_t(x, 0) = g(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

$$\Delta u = r \quad 1 < r < 2$$

$$u(1, \theta) = 1 + \sin \theta \quad \text{פתרו את הבעיה הבאה:}$$

$$u(2, \theta) = 1 + 2 \cos \theta$$

$$\begin{cases} \Delta u = x^2 + y^2 & \text{in } x^2 + y^2 < 1 \\ u|_{x^2+y^2=1} = 1+x \end{cases} \quad \text{פתרו את הבעיה הבאה:}$$

והביעו את הפתרון בקואורדינטות קרטזיות.

(5) מצאו את הפתרון הכללי של המשוואה הבאה, בתחום $x, y > 0$.

$$x^2 u_{xx} + 2xy \cdot u_{xy} + y^2 u_{yy} = 4x^2$$

(6) פתרו על ידי הפרדת משתנים את משוואת החום הבאה:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} & 0 < x < L, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = x \\ u_x(0, t) = u_x(L, t) = 0 \end{cases}$$

(7) נתונה המשוואה $2u_{xx} + 2yu_{yy} + u_y = 0$, בתחום $y > 0$.

א. הראו כי המשוואה אליפטית.

ב. העבירו את המשוואה לצורה קנונית.

8) פתרו את הבעיה הבאה :

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} + e^{-t} & 0 < x < \infty \\ u(0, t) = e^{-t} - 1 \\ u(x, 0) = 1 & u_t(x, 0) = 2 \sin(x) - 1 \end{cases}$$

9) מצאו את הפתרון הכללי של המשוואה הבאה :

$$u_{xx} - 2 \sin(x) u_{xy} - \cos^2(x) u_{yy} - \cos(x) u_y = 0$$