

מבוא לסטטיסטיקה והסתברות

פרק 69 - שאלות מסכמות בבדיקת השערות

תוכן העניינים

1. שאלות פתוחות מסכמות 1

שאלות מסכמות בבדיקת השערות על פרמטרים

שאלות

- (1) שני חוקרים נתבקשו לבדוק את ההשערות הבאות: $H_0: \mu = 520$, $H_1: \mu > 520$. כל חוקר בדק מדגם של 225 נחקרים. ידוע ש- $\sigma = 20$. חוקר א' קבע את כלל ההכרעה לפי $\alpha = 0.05$. חוקר ב' מחליט לדחות H_0 אם $\bar{X} > 522$.
- א. למי מהחוקרים הסתברות לטעות מסוג ראשון קטנה יותר?
 ב. מהי ההסתברות לטעות מסוג שני של חוקר ב' עבור $\mu_1 = 525$.
 ג. הסבר ללא חישוב נוסף, האם ההסתברות לטעות מסוג שני עבור $\mu_1 = 525$, של חוקר א' שווה/קטנה/גדולה לזו של חוקר ב'.
 ד. חוקר א' קיבל במדגם שלו $\bar{X} = 523$. מהי מסקנתו?

- (2) ידוע כי תוחלת מספר הלייקים היומי של דנה היא 12 עם סטיית תקן 5. דני טוען שהוא יותר פופולארי מדנה בכך שהוא מקבל יותר לייקים מדנה ביום. על-מנת לבדוק זאת ספר דני כמה לייקים הוא קיבל בכל יום במהלך 7 שבועות (כלומר, ב-49 ימים) וקיבל סך-הכול 637 לייקים. נניח כי סטיית התקן של מספר הלייקים שדני מקבל ביום זהה לסטיית התקן של דנה.
- א. מהי רמת המובהקות שכדאי לדני לדרוש, כדי שדנה תשתכנע בצדקת טענתו (שדני פופולרי יותר בכך שהוא מקבל יותר לייקים מדנה ביום).
 ב. אם דני משער שתוחלת מספר ה"לייקים" שהוא מקבל ביום היא 14 וקובע רמת מובהקות 2.5%, מהי עוצמת המבחן של דני?

B	A	מוצר / רשת
5	5	1
5	4	2
3	5	3
4	7	4

- (3) ברצוננו להשוות בין רשתות A לבין B. לשם כך בחרנו 4 מוצרים, ובדקנו את מחיריהם בשתי הרשתות. להלן התוצאות:
- הניחו כי המחירים מתפלגים נורמלית. אם יש הנחות נוספות כדי לבצע את המבחן הפרמטרי רשמו אותן.
- א. בדקו האם קיים הבדל בין הרשתות מבחינת תוחלת המחירים. רמת מובהקות של 5%.
 ב. חזרו על הסעיף הקודם בהנחה ונבחרו בכל רשת מוצרים באקראי ולא בהכרח אותם מוצרים.

4 במטרה לבדוק האם סטודנטים הלומדים במכללות משקיעים יותר זמן ללימודים מאשר סטודנטים באוניברסיטאות נדגמו 12 סטודנטים ובדקו לכל סטודנט את הזמן שהוא משקיע ביום ללימודים. הזמנים נמדדו בדקות:

180	140	171	189	156	176	סטודנטים באוניברסיטאות
150	204	186	191	190	180	סטודנטים במכללות

א. נסחו את ההשערות ובדוק אותן ברמת מובהקות של 5%. רשום את כלל ההכרעה ואת ההנחות הדרושות לביצוע המבחן הפרמטרי.

ב. חשבו את p-value.

ג. ישנה טענה שממוצע זמן ההשקעה בלימודים במכללות הוא 3.5 שעות ביום. בדוק את הטענה כאשר רמת המובהקות הינה 5%.

5 בשנת 2000 ל-60% היה מדיח כלים בבית. מחקר רוצה לבדוק האם כיום פרופרציית המשפחות עם מדיח כלים עלה. הוחלט לבצע מדגם אקראי של 150 משפחות.

א. רשמו את השערות המחקר.

ב. מה היא מסקנת המחקר מובהקות של 5% אם

ברמת במדגם	1.1	1.2	0.7	0.9	2	גברים
	1.2	1.8	1.9	1.1	1.4	נשים

ל-102 משפחות היה מדיח כלים.

ג. מהי הטעות האפשרית במסקנה מהסעיף הקודם.

האם ניתן לדעת את הסתברותה?

6 נערך מחקר על הקשר בין עישון ויתר לחץ דם. נבדק מדגם מקרי של 200 מעשנים ונמצא כי 30 סבלו מיתר לחץ דם. ידוע שבאוכלוסייה 18% סובלים מיתר לחץ דם.

א. בדקו ברמת מובהקות 0.1 את ההשערה כי אחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב המעשנים גדול מאשר כלל האוכלוסייה.

ב. מהי רמת המובהקות המינימלית לקבלת הטענה שאחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב המעשנים גדול מאשר כלל האוכלוסייה.

ג. מהי עצמת המבחן, אם אחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב אוכלוסיית המעשנים היא בפועל 25%.

7 להלן התפלגות מספר הנסיעות לחופשה השנתית במדגם של משפחות ישראליות. בדקו ברמת מובהקות של 5%:

4	3	2	1	0	מספר הנסיעות
12	20	26	102	84	מספר המשפחות

א. באיטליה משפחות נוסעות בממוצע פעמיים בשנה לחופשה. האם בישראל משפחות נוסעות פחות מאשר באיטליה?

ב. בהולנד 80% מהמשפחות נוסעות לפחות פעם אחת בשנה לחופשה, האם בישראל אחוז המשפחות שנוסעות לפחות פעם אחת בשנה לחופשה נמוך מאשר בהולנד?

- (8) נתון כי: $X \sim N(\mu, \sigma^2 = 10^2)$.
 מעוניינים לבדוק את ההשערות: $H_0: \mu = 40$, $H_1: \mu > 40$.
 דגמו 25 תצפיות מהאוכלוסייה והתקבל $\bar{X} = 45$.
 א. חשבו את p-value (מובהקות התוצאה).
 ב. חזרו על סעיף א אם ההשערה האלטרנטיבית הייתה: $H_1: \mu < 40$.
 ג. חזרו על סעיף א אם ההשערה האלטרנטיבית הייתה: $H_1: \mu \neq 40$.

תשובות סופיות

- (1) א. חוקר א' ב. 0.0122 ג. גדלה. ד. נדחה H_0 .
- (2) א. לפחות 0.0808 ב. 0.7995
- (3) א. לא נדחה H_0 . ב. לא נדחה H_0 .
- (4) א. לא נדחה H_0 . ב. בין 5% ל-10%. ג. נדחה H_0 .
- (5) א. $H_0: p = 0.6$
 $H_1: p > 0.6$ ב. נדחה H_0 . ג. טעות מסוג ראשון בסיכוי של 0.05.
- (6) א. לא נדחה H_0 . ב. 0.8643 ג. 0.8749.
- (7) א. נדחה H_0 . ב. נדחה H_0 .
- (8) א. 0.0062 ב. 0.9938 ג. 0.0124.