הסתברות וסטטיסטיקה

פרק 49 - שאלות מסכמות בבדיקת השערות

תוכן העניינים

1. שאלות פתוחות מסכמות 1

שאלות מסכמות בבדיקת השערות על פרמטרים

שאלות

1) שני חוקרים נתבקשו לבדוק את ההשערות הבאות: $H_1:\mu>520$, $H_0:\mu=520$.
כל חוקר בדק מדגם של 225 נחקרים. ידוע ש- $\sigma=20$.
חוקר א' קבע את כלל ההכרעה לפי $\alpha=0.05$.
חוקר ב' מחליט לדחות H_0 אם $\bar{X}>522$.

א. למי מהחוקרים הסתברות לטעות מסוג ראשון קטנה יותר?

ב. מהי ההסתברות לטעות מסוג שני של חוקר ב' עבור $\mu_1=525$.

ג. הסבר ללא חישוב נוסף, האם ההסתברות לטעות מסוג שני עבור $\mu_1=525$, של חוקר א' שווה/קטנה/גדולה לזו של חוקר ב'.

ד. חוקר א' קיבל במדגם שלו $\bar{X}=523$. מהי מסקנתו?

2) ידוע כי תוחלת מספר הלייקים היומי של דנה היא 12 עם סטיית תקן 5.
דני טוען שהוא יותר פופולארי מדנה בכך שהוא מקבל יותר לייקים מדנה ביום. על-מנת לבדוק זאת ספר דני כמה לייקים הוא קיבל בכל יום במהלך 7 שבועות (כלומר, ב $-$ 49 ימים) וקיבל סך-הכול 637 לייקים. נניח כי סטיית התקן של מספר הלייקים שדני מקבל ביום זהה לסטיית התקן של דנה.

א. מהי רמת המובהקות שכדאי לדני לדרוש, כדי שדנה תשתכנע בצדקת טענתו (שדני פופולרי יותר בכך שהוא מקבל יותר לייקים מדנה ביום).

ב. אם דני משער שתוחלת מספר ה"לייק"ים שהוא מקבל ביום היא 14 וקובע רמת מובהקות 2.5%, מהי עוצמת המבחן של דני?

3) ברצוננו להשוות בין רשתות A לבין B. לשם כך בחרנו 4 מוצרים, ובדקנו את מחיריהם בשתי הרשתות. להלן התוצאות:

מוצר / רשת	A	B
1	5	5
2	4	5
3	5	3
4	7	4

הניחו כי המחירים מתפלגים נורמלית.
אם יש הנחות נוספות כדי לבצע את המבחן הפרמטרי רשמו אותן.

א. בדקו האם קיים הבדל בין הרשתות מבחינת תוחלת המחירים. רמת מובהקות של 5%.

ב. חזרו על הסעיף הקודם בהנחה ונבחרו בכל רשת מוצרים באקראי ולא בהכרח אותם מוצרים.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

4) במדגם של 10 ישראלים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$n=10,\quad \sum X_i=1020,\quad \sum X_i^2=105120$.

במדגם של 14 אמריקאים שנבחנו במבחן ה-IQ נתקבלו התוצאות הבאות:

$n=14,\quad \sum X_i=1386,\quad \sum X_i^2=138644$.

נתון שציוני הבחינה מתפלגים נורמלית בכל מדינה.

א. בדקו ברמת מובהקות של 10% האם קיים שוויון שונויות בין אוכלוסיית אמריקה לאוכלוסיית ישראל?

ב. בדקו האם קיים הבדל בממוצע הציונים בבחינת ה-IQ בין ישראל לארה"ב. ברמת מובהקות של 5%?

5) במטרה לבדוק האם סטודנטים הלומדים במכללות משקיעים יותר זמן ללימודים מאשר סטודנטים באוניברסיטאות נדגמו 12 סטודנטים ובדקו לכל סטודנט את הזמן שהוא משקיע ביום ללימודים. הזמנים נמדדו בדקות:

סטודנטים באוניברסיטאות	176	156	189	171	140	180
סטודנטים במכללות	180	190	191	186	204	150

א. נסחו את ההשערות ובדוק אותן ברמת מובהקות של 5%. רשום את כלל ההכרעה ואת ההנחות הדרושות לביצוע המבחן הפרמטרי.

ב. חשבו את p-value.

ג. ישנה טענה שממוצע זמן ההשקעה בלימודים במכללות הוא 3.5 שעות ביום. בדוק את הטענה כאשר רמת המובהקות הינה 5%.

6) במדינת טרפפו המשכורות במשק מתפלגות נורמלית עם ממוצע של 1 אלף דולר וסטיית תקן של 0.2 אלף דולר. בוצע מדגם מקרי בו השתתפו 5 נשים ו 5 גברים במדינת שומקום שבה המשכורות מתפלגות נורמאלית גם כן. להלן משכורותיהם באלפי דולר:

גברים	2	0.9	0.7	1.2	1.1
נשים	1.4	1.1	1.9	1.8	1.2

א. בדקו את הטענה שממוצע משכורותיהם של אזרחי שומקום גבוה מאשר ממוצע משכורותיהם של אזרחי טרפפו ברמת מובהקות של 5%. בהנחה שסטיית התקן זהה בשתי המדינות.

ב. חזרו על הסעיף הקודם ללא ההנחה הנ"ל.

ג. ישנה טענה שסטיית התקן במדינת שומקום גבוהה מזו של טרפפו. בדקו ברמת מובהקות של 5%.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

7) במטרה להשוות בין אחוזי הצפייה של גברים ונשים בתוכנית טלוויזיה מסוימת בוצע סקר ובו התקבלו תוצאות הבאות:

	צופים	לא צופים
נשים	320	42
גברים	72	120

א. האם יש הבדל בין אחוזי הצפייה של גברים ונשים ברמת מובהקות של 1%?

ב. עבור רמת מובהקות של 5% בדוק טענה שמבין הצופים בתוכנית הטלוויזיה אחוז הנשים גדול פי 2 מאחוז הגברים.

8) בשנת 2000 ל-60% היה מדיח כלים בבית. מחקר רוצה לבדוק האם כיום פרופורציית המשפחות עם מדיח כלים עלה. הוחלט לבצע מדגם אקראי של 150 משפחות.

א. רשמו את השערות המחקר.

ב. מה היא מסקנת המחקר ברמת מובהקות של 5% אם במדגם ל-102 משפחות היה מדיח כלים.

ג. מהי הטעות האפשרית במסקנה מהסעיף הקודם.
האם ניתן לדעת את הסתברותה?

9) נערך מחקר על הקשר בין עישון ויתר לחץ דם. נבדק מדגם מקרי של 200 מעשנים ונמצא כי 30 סבלו מיתר לחץ דם.
ידוע שבאוכלוסייה 18% סובלים מיתר לחץ דם.

א. בדקו ברמת מובהקות 0.1 את ההשערה כי אחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב המעשנים גדול מאשר כלל האוכלוסייה.

ב. מהי רמת המובהקות המינימלית לקבלת הטענה שאחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב המעשנים גדול מאשר כלל האוכלוסייה.

ג. מהי עצמת המבחן, אם אחוז הסובלים מיתר לחץ דם בקרב אוכלוסיית המעשנים היא בפועל 25%.

10) להלן התפלגות מספר הנסיעות לחופשה השנתית במדגם של משפחות ישראליות. בדקו ברמת מובהקות של 5%:

מספר הנסיעות	0	1	2	3	4
מספר המשפחות	84	102	26	20	12

א. באיטליה משפחות נוסעות בממוצע פעמיים בשנה לחופשה. האם בישראל משפחות נוסעות פחות מאשר באיטליה?

ב. בהולנד 80% מהמשפחות נוסעות לפחות פעם אחת בשנה לחופשה, האם בישראל אחוז המשפחות שנוסעות לפחות פעם אחת בשנה לחופשה נמוך מאשר בהולנד?

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

11) נתון כי: $X \sim N(\mu, \sigma^2 = 10^2)$.
מעוניינים לבדוק את ההשערות: $H_1: \mu > 40, \quad H_0: \mu = 40$.
דגמו 25 תצפיות מהאוכלוסייה והתקבל $\bar{X} = 45$.
א. חשבו את p-value (מובהקות התוצאה).
ב. חזרו על סעיף א אם ההשערה האלטרנטיבית הייתה: $H_1: \mu < 40$
ג. חזרו על סעיף א אם ההשערה האלטרנטיבית הייתה: $H_1: \mu \neq 40$

12) ציוני בחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם שונות 150. במדגם של 16 נבחנים מתל אביב התקבלה שונות מדגמית-190. במדגם של 25 ירושלמים התקבלה שונות מדגמית 118.
א. בדקו ברמת מובהקות של 2.5% האם שונות הציונים במתמטיקה בקרב נבחני תל אביב גבוהה מהשונות בכלל הארץ.
ב. בדקו ברמת מובהקות של 5% האם שונות ציונים במתמטיקה בקרב תלמידי תל אביב גבוהה מאשר בקרב תלמידי ירושלים.

תשובות סופיות

1) א. חוקר א' ב. 0.0122 ג. גדלה. ד. נדחה H_0.
2) א. לפחות 0.0808 ב. 0.7995.
3) א. לא נדחה H_0. ב. לא נדחה H_0.
4) א. לא נדחה H_0. ב. לא נדחה H_0.
5) א. לא נדחה H_0. ב. בין 5% ל-10%. ג. נדחה H_0.
6) א. נדחה H_0. ב. נדחה H_0. ג. נדחה H_0.
7) א. נדחה H_0. ב. נדחה H_0.
8) א. $H_0: p = 0.6$, $H_1: p > 0.6$ ב. נדחה H_0. ג. טעות מסוג ראשון בסיכוי של 0.05.
9) א. לא נדחה H_0. ב. 0.8643 ג. 0.8749.
10) א. נדחה H_0. ב. נדחה H_0.
11) א. 0.0062 ב. 0.9938 ג. 0.0124.
12) א. לא נדחה H_0. ב. לא נדחה H_0.

© כל הזכויות שמורות לברק קנדל