

# מבוא למדעי הנתונים

פרק 10 - רווח סמך ליחס שוניות

תוכן העניינים

1. רווח סמך ליחס שוניות.....1

## רווח סמך ליחס שוניות:

### רקע:

נרצה לאמוד את ההבדל בין שתי שוניות משתי אוכלוסיות שונות.

הפרמטר יהיה:  $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ : כלומר היחס בין השוניות.

התנאים:

•  $X_1, X_2 \sim N$  או מדגמים גדולים.

• מדגמים בלתי תלויים.

רווח הסמך יבנה על סמך התפלגות הנקראת התפלגות F. התפלגות זו היא אסימטרית חיובית ומושפעת משתי דרגות החופש, זו של המונה וזו של המכנה.



$$df_1 = n_1 - 1$$

$$df_2 = n_2 - 1$$

רווח הסמך יהיה:  $\frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1, n_2-1)} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_2-1, n_1-1)$

### דוגמה (פתרון בהקלטה):

מחקר סוציולוגי מעוניין לחקור את הרגלי הבילויים בקבוצות גיל שונות: במדגם שנעשה על סטודנטים בגילאי 21-26 התקבל אומד חוסר הטיה לשונות ההוצאה החודשית על בילויים 10,000. כמות הסטודנטים שנדגמו 16. במדגם שנעשה על 11 מבוגרים בשנות השלושים התקבל אומד חסר הטיה לשונות ההוצאה החודשית על בילויים 490,000. נניח שההוצאה החודשית לבילוי בכל קבוצת גיל מתפלג נורמאלית. בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% ליחס בין השוניות.

## שאלות:

- (1) בתחום הבינוי משתמשים בשני סוגי מתכות: מתכת A ומתכת B. מחקר מעוניין לבדוק האם קיים הבדל בין שני סוגי המתכות מבחינת שוונות החוזק שלהן. דגמו מספר יחידות מתכת מכל סוג והתקבלו התוצאות הבאות:

| B   | A  | סוג המתכת    |
|-----|----|--------------|
| 10  | 8  | $N$          |
| 30  | 16 | $\sum X_i$   |
| 198 | 60 | $\sum X_i^2$ |

- יש להניח שרמת החוזק של המתכות מתפלגת נורמאלית.
- א. בנו רווח סמך ליחס השונויות של רמות החוזק בין שני סוגי המתכות ברמת סמך של 90%.
- ב. בנו רווח סמך ליחס סטיות התקן של רמות החוזק בין שני סוגי המתכות ברמת סמך של 90%.

- (2) מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השוונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה:  $\sum (y_i - \bar{y})^2 = 204$ . במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות:  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 200$ .
- אמוד ברמת ביטחון של 95% פי כמה גדולה השוונות של הגברים באוכלוסייה מהשוונות של הנשים.
- מה יש להניח לצורך פתרון?

## תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } 0.1013 < \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} < 1.2267 \quad \text{ב. } 0.318 < \frac{\sigma_A}{\sigma_B} < 1.108$$

$$(2) \quad 0.39 \leq \frac{\sigma_m^2}{\sigma_F^2} \leq 5.26$$

טבלת התפלגות  $F$ . לפי זנב ימני של  $\alpha$ 

|          |        | $df.1.$ |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----------|--------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\alpha$ | $df.2$ | 1       | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 12     | 15     |
| .05      | 1      | 161     | 200    | 216    | 225    | 230    | 234    | 237    | 239    | 241    | 242    | 244    | 246    |
| .025     |        | 648     | 800    | 864    | 900    | 922    | 937    | 948    | 957    | 963    | 969    | 977    | 985    |
| .01      |        | 4052    | 5000   | 5403   | 5625   | 5764   | 5859   | 5928   | 5981   | 6022   | 6056   | 6106   | 6157   |
| .005     |        | 16211   | 20000  | 21615  | 22500  | 23056  | 23437  | 23715  | 23925  | 24091  | 24224  | 24426  | 24630  |
| .05      | 2      | 18.51   | 19.00  | 19.16  | 19.25  | 19.30  | 19.33  | 19.35  | 19.37  | 19.38  | 19.40  | 19.41  | 19.43  |
| .025     |        | 38.51   | 39.00  | 39.17  | 39.25  | 39.30  | 39.33  | 39.36  | 39.37  | 39.39  | 39.40  | 39.41  | 39.43  |
| .01      |        | 98.50   | 99.00  | 99.16  | 99.25  | 99.30  | 99.33  | 99.36  | 99.38  | 99.39  | 99.40  | 99.42  | 99.43  |
| .005     |        | 198.50  | 199.01 | 199.16 | 199.24 | 199.30 | 199.33 | 199.36 | 199.38 | 199.39 | 199.39 | 199.42 | 199.43 |
| .05      | 3      | 10.13   | 9.55   | 9.28   | 9.12   | 9.01   | 8.94   | 8.89   | 8.85   | 8.81   | 8.79   | 8.74   | 8.70   |
| .025     |        | 17.44   | 16.04  | 15.44  | 15.10  | 14.88  | 14.73  | 14.62  | 14.54  | 14.47  | 14.42  | 14.34  | 14.25  |
| .01      |        | 34.12   | 30.82  | 29.46  | 28.71  | 28.24  | 27.91  | 27.67  | 27.49  | 27.34  | 27.23  | 27.05  | 26.87  |
| .005     |        | 55.55   | 49.80  | 47.47  | 46.20  | 45.39  | 44.84  | 44.43  | 44.13  | 43.88  | 43.68  | 43.39  | 43.08  |
| .05      | 4      | 7.71    | 6.94   | 6.59   | 6.39   | 6.26   | 6.16   | 6.09   | 6.04   | 6.00   | 5.96   | 5.91   | 5.86   |
| .025     |        | 12.22   | 10.65  | 9.98   | 9.60   | 9.36   | 9.20   | 9.07   | 8.98   | 8.90   | 8.84   | 8.75   | 8.66   |
| .01      |        | 21.20   | 18.00  | 16.69  | 15.98  | 15.52  | 15.21  | 14.98  | 14.80  | 14.66  | 14.55  | 14.37  | 14.20  |
| .005     |        | 31.33   | 26.28  | 24.26  | 23.15  | 22.46  | 21.98  | 21.62  | 21.35  | 21.14  | 20.97  | 20.70  | 20.44  |
| .05      | 5      | 6.61    | 5.79   | 5.41   | 5.19   | 5.05   | 4.95   | 4.88   | 4.82   | 4.77   | 4.74   | 4.68   | 4.62   |
| .025     |        | 10.01   | 8.43   | 7.76   | 7.39   | 7.15   | 6.98   | 6.85   | 6.76   | 6.68   | 6.62   | 6.52   | 6.43   |
| .01      |        | 16.26   | 13.27  | 12.06  | 11.39  | 10.97  | 10.67  | 10.46  | 10.29  | 10.16  | 10.05  | 9.89   | 9.72   |
| .005     |        | 22.78   | 18.31  | 16.53  | 15.56  | 14.94  | 14.51  | 14.20  | 13.96  | 13.77  | 13.62  | 13.38  | 13.15  |
| .05      | 6      | 5.99    | 5.14   | 4.76   | 4.53   | 4.39   | 4.28   | 4.21   | 4.15   | 4.10   | 4.06   | 4.00   | 3.94   |
| .025     |        | 8.81    | 7.26   | 6.60   | 6.23   | 5.99   | 5.82   | 5.70   | 5.60   | 5.52   | 5.46   | 5.37   | 5.27   |
| .01      |        | 13.75   | 10.92  | 9.78   | 9.15   | 8.75   | 8.47   | 8.26   | 8.10   | 7.98   | 7.87   | 7.72   | 7.56   |
| .005     |        | 18.63   | 14.54  | 12.92  | 12.03  | 11.46  | 11.07  | 10.79  | 10.57  | 10.39  | 10.25  | 10.03  | 9.81   |
| .05      | 7      | 5.59    | 4.74   | 4.35   | 4.12   | 3.97   | 3.87   | 3.79   | 3.73   | 3.68   | 3.64   | 3.57   | 3.51   |
| .025     |        | 8.07    | 6.54   | 5.89   | 5.52   | 5.29   | 5.12   | 4.99   | 4.90   | 4.82   | 4.76   | 4.67   | 4.57   |
| .01      |        | 12.25   | 9.55   | 8.45   | 7.85   | 7.46   | 7.19   | 6.99   | 6.84   | 6.72   | 6.62   | 6.47   | 6.31   |
| .005     |        | 16.24   | 12.40  | 10.88  | 10.05  | 9.52   | 9.16   | 8.89   | 8.68   | 8.51   | 8.38   | 8.18   | 7.97   |
| .05      | 8      | 5.32    | 4.46   | 4.07   | 3.84   | 3.69   | 3.58   | 3.50   | 3.44   | 3.39   | 3.35   | 3.28   | 3.22   |
| .025     |        | 7.57    | 6.06   | 5.42   | 5.05   | 4.82   | 4.65   | 4.53   | 4.43   | 4.36   | 4.30   | 4.20   | 4.10   |
| .01      |        | 11.26   | 8.65   | 7.59   | 7.01   | 6.63   | 6.37   | 6.18   | 6.03   | 5.91   | 5.81   | 5.67   | 5.52   |
| .005     |        | 14.69   | 11.04  | 9.60   | 8.81   | 8.30   | 7.95   | 7.69   | 7.50   | 7.34   | 7.21   | 7.01   | 6.81   |

|          |          | <i>df.1.</i> |       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------|----------|--------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\alpha$ | $df.2.$  | 1            | 2     | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 12   | 15   |
| .05      | 9        | 5.12         | 4.26  | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.14 | 3.07 | 3.01 |
| .025     |          | 7.21         | 5.71  | 5.08 | 4.72 | 4.48 | 4.32 | 4.20 | 4.10 | 4.03 | 3.96 | 3.87 | 3.77 |
| .01      |          | 10.56        | 8.02  | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 | 5.26 | 5.11 | 4.96 |
| .005     |          | 13.61        | 10.11 | 8.72 | 7.96 | 7.47 | 7.13 | 6.88 | 6.69 | 6.54 | 6.42 | 6.23 | 6.03 |
| .05      | 10       | 4.96         | 4.10  | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 | 2.98 | 2.91 | 2.85 |
| .025     |          | 6.94         | 5.46  | 4.83 | 4.47 | 4.24 | 4.07 | 3.95 | 3.85 | 3.78 | 3.72 | 3.62 | 3.52 |
| .01      |          | 10.04        | 7.56  | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.71 | 4.56 |
| .005     |          | 12.83        | 9.43  | 8.08 | 7.34 | 6.87 | 6.54 | 6.30 | 6.12 | 5.97 | 5.85 | 5.66 | 5.47 |
| .05      | 12       | 4.75         | 3.89  | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.91 | 2.85 | 2.80 | 2.75 | 2.69 | 2.62 |
| .025     |          | 6.55         | 5.10  | 4.47 | 4.12 | 3.89 | 3.73 | 3.61 | 3.51 | 3.44 | 3.37 | 3.28 | 3.18 |
| .01      |          | 9.33         | 6.93  | 5.95 | 5.41 | 5.06 | 4.82 | 4.64 | 4.50 | 4.39 | 4.30 | 4.16 | 4.01 |
| .005     |          | 11.75        | 8.51  | 7.23 | 6.52 | 6.07 | 5.76 | 5.52 | 5.35 | 5.20 | 5.09 | 4.91 | 4.72 |
| .05      | 15       | 4.54         | 3.68  | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 | 2.54 | 2.48 | 2.40 |
| .025     |          | 6.20         | 4.77  | 4.15 | 3.80 | 3.58 | 3.41 | 3.29 | 3.20 | 3.12 | 3.06 | 2.96 | 2.86 |
| .01      |          | 8.68         | 6.36  | 5.42 | 4.89 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 | 3.80 | 3.67 | 3.52 |
| .005     |          | 10.80        | 7.70  | 6.48 | 5.80 | 5.37 | 5.07 | 4.85 | 4.67 | 4.54 | 4.42 | 4.25 | 4.07 |
| .05      | 20       | 4.35         | 3.49  | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.35 | 2.28 | 2.20 |
| .025     |          | 5.87         | 4.46  | 3.86 | 3.51 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.91 | 2.84 | 2.77 | 2.68 | 2.57 |
| .01      |          | 8.10         | 5.85  | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 | 3.37 | 3.23 | 3.09 |
| .005     |          | 9.94         | 6.99  | 5.82 | 5.17 | 4.76 | 4.47 | 4.26 | 4.09 | 3.96 | 3.85 | 3.68 | 3.50 |
| .05      | 30       | 4.17         | 3.32  | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.09 | 2.01 |
| .025     |          | 5.57         | 4.18  | 3.59 | 3.25 | 3.03 | 2.87 | 2.75 | 2.65 | 2.57 | 2.51 | 2.41 | 2.31 |
| .01      |          | 7.56         | 5.39  | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.84 | 2.70 |
| .005     |          | 9.18         | 6.35  | 5.24 | 4.62 | 4.23 | 3.95 | 3.74 | 3.58 | 3.45 | 3.34 | 3.18 | 3.01 |
| .05      | 60       | 4.00         | 3.15  | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 | 1.99 | 1.92 | 1.84 |
| .025     |          | 5.29         | 3.93  | 3.34 | 3.01 | 2.79 | 2.63 | 2.51 | 2.41 | 2.33 | 2.27 | 2.17 | 2.06 |
| .01      |          | 7.08         | 4.98  | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.50 | 2.35 |
| .005     |          | 8.49         | 5.79  | 4.73 | 4.14 | 3.76 | 3.49 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.90 | 2.74 | 2.57 |
| .05      | 120      | 3.92         | 3.07  | 2.68 | 2.45 | 2.29 | 2.18 | 2.09 | 2.02 | 1.96 | 1.91 | 1.83 | 1.75 |
| .025     |          | 5.15         | 3.80  | 3.23 | 2.89 | 2.67 | 2.52 | 2.39 | 2.30 | 2.22 | 2.16 | 2.05 | 1.94 |
| .01      |          | 6.85         | 4.79  | 3.95 | 3.48 | 3.17 | 2.96 | 2.79 | 2.66 | 2.56 | 2.47 | 2.34 | 2.19 |
| .005     |          | 8.18         | 5.54  | 4.50 | 3.92 | 3.55 | 3.28 | 3.09 | 2.93 | 2.81 | 2.71 | 2.54 | 2.37 |
| .05      | $\infty$ | 3.84         | 3.00  | 2.60 | 2.37 | 2.21 | 2.10 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.83 | 1.75 | 1.67 |
| .025     |          | 5.02         | 3.69  | 3.12 | 2.79 | 2.57 | 2.41 | 2.29 | 2.19 | 2.11 | 2.05 | 1.94 | 1.83 |
| .01      |          | 6.63         | 4.61  | 3.78 | 3.32 | 3.02 | 2.80 | 2.64 | 2.51 | 2.41 | 2.32 | 2.18 | 2.04 |
| .005     |          | 7.88         | 5.30  | 4.28 | 3.72 | 3.35 | 3.09 | 2.90 | 2.74 | 2.62 | 2.52 | 2.36 | 2.19 |