# סטטיסטיקה למערכת מידע ניהולית

## פרק 27 - רווח סמך ליחס שונויות

### תוכן העניינים

1. רווח סמך ליחס שונויות ..... 1

# רווח סמך ליחס שונויות:

## רקע:

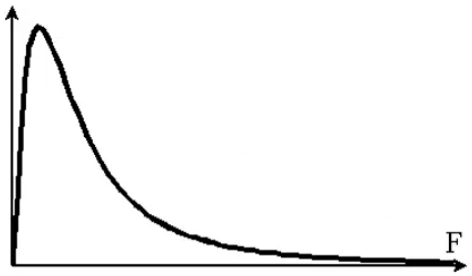
נרצה לאמוד את ההבדל בין שתי שונויות משתי אוכלוסיות שונות.

הפרמטר יהיה: $\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ : כלומר היחס בין השונויות.

התנאים:

- $X_1, X_2 \sim N$ או מדגמים גדולים.
- מדגמים בלתי תלויים.

רווח הסמך יבנה על סמך התפלגות הנקראת התפלגות F. התפלגות זו היא אסימטרית חיובית ומושפעת משתי דרגות החופש, זו של המונה וזו של המכנה.




$$df_1 = n_1 - 1$$
$$df_2 = n_2 - 1$$

רווח הסמך יהיה: $\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)} \le \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \le \frac{s_1^2}{s_2^2}F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_2-1,n_1-1)$.

**דוגמה (פתרון בהקלטה):**

מחקר סוציולוגי מעוניין לחקור את הרגלי הבילויים בקבוצות גיל שונות:
במדגם שנעשה על סטודנטים בגילאי 21-26 התקבל אומד חוסר הטיה לשונות ההוצאה החודשית על בילויים 10,000. כמות הסטודנטים שנדגמו 16.
במדגם שנעשה על 11 מבוגרים בשנות השלושים התקבל אומד חסר הטיה לשונות ההוצאה החודשית על בילויים 490,000.
נניח שההוצאה החודשית לבילוי בכל קבוצת גיל מתפלג נורמאלית.
בנו רווח סמך ברמת סמך של 95% ליחס בין השונויות.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## שאלות:

**1)** בתחום הבינוי משתמשים בשני סוגי מתכות: מתכת A ומתכת B. מחקר מעוניין לבדוק האם קיים הבדל בין שני סוגי המתכות מבחינת שונות החוזק שלהן. דגמו מספר יחידות מתכת מכל סוג והתקבלו התוצאות הבאות:

| סוג המתכת | A | B |
|---|---|---|
| $N$ | 8 | 10 |
| $\sum X_i$ | 16 | 30 |
| $\sum X_i^2$ | 60 | 198 |

יש להניח שרמת החוזק של המתכות מתפלגת נורמאלית.

א. בנו רווח סמך ליחס השונויות של רמות החוזק בין שני סוגי המתכות ברמת סמך של 90%.

ב. בנו רווח סמך ליחס סטיות התקן של רמות החוזק בין שני סוגי המתכות ברמת סמך של 90%.

**2)** מעוניינים להשוות בין נשים וגברים מבחינת השונות בזמנים שלהם לבצע משימה מסוימת. במדגם של 10 גברים התקבלו התוצאות הבאות לגבי זמני ביצוע המשימה: $\sum(y_i-\bar{y})^2=204$. במדגם של 13 נשים התקבלו התוצאות הבאות: $\sum(x_i-\bar{x})^2=200$.

אמוד ברמת ביטחון של 95% פי כמה גדולה השונות של הגברים באוכלוסייה מהשונות של הנשים.

מה יש להניח לצורך פתרון?

## תשובות סופיות:

**1)** א. $0.1013<\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}<1.2267$. ב. $0.318<\frac{\sigma_A}{\sigma_B}<1.108$.

**2)** $0.39\le\frac{\sigma_m^2}{\sigma_F^2}\le 5.26$.


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

## טבלת התפלגות $F$ לפי זנב ימני של α

| | | *d.f.1.* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *α* | *d.f.2* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 |
| .05 | 1 | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 237 | 239 | 241 | 242 | 244 | 246 |
| .025 | | 648 | 800 | 864 | 900 | 922 | 937 | 948 | 957 | 963 | 969 | 977 | 985 |
| .01 | | 4052 | 5000 | 5403 | 5625 | 5764 | 5859 | 5928 | 5981 | 6022 | 6056 | 6106 | 6157 |
| .005 | | 16211 | 20000 | 21615 | 22500 | 23056 | 23437 | 23715 | 23925 | 24091 | 24224 | 24426 | 24630 |
| .05 | 2 | 18.51 | 19.00 | 19.16 | 19.25 | 19.30 | 19.33 | 19.35 | 19.37 | 19.38 | 19.40 | 19.41 | 19.43 |
| .025 | | 38.51 | 39.00 | 39.17 | 39.25 | 39.30 | 39.33 | 39.36 | 39.37 | 39.39 | 39.40 | 39.41 | 39.43 |
| .01 | | 98.50 | 99.00 | 99.16 | 99.25 | 99.30 | 99.33 | 99.36 | 99.38 | 99.39 | 99.40 | 99.42 | 99.43 |
| .005 | | 198.50 | 199.01 | 199.16 | 199.24 | 199.30 | 199.33 | 199.36 | 199.38 | 199.39 | 199.39 | 199.42 | 199.43 |
| .05 | 3 | 10.13 | 9.55 | 9.28 | 9.12 | 9.01 | 8.94 | 8.89 | 8.85 | 8.81 | 8.79 | 8.74 | 8.70 |
| .025 | | 17.44 | 16.04 | 15.44 | 15.10 | 14.88 | 14.73 | 14.62 | 14.54 | 14.47 | 14.42 | 14.34 | 14.25 |
| .01 | | 34.12 | 30.82 | 29.46 | 28.71 | 28.24 | 27.91 | 27.67 | 27.49 | 27.34 | 27.23 | 27.05 | 26.87 |
| .005 | | 55.55 | 49.80 | 47.47 | 46.20 | 45.39 | 44.84 | 44.43 | 44.13 | 43.88 | 43.68 | 43.39 | 43.08 |
| .05 | 4 | 7.71 | 6.94 | 6.59 | 6.39 | 6.26 | 6.16 | 6.09 | 6.04 | 6.00 | 5.96 | 5.91 | 5.86 |
| .025 | | 12.22 | 10.65 | 9.98 | 9.60 | 9.36 | 9.20 | 9.07 | 8.98 | 8.90 | 8.84 | 8.75 | 8.66 |
| .01 | | 21.20 | 18.00 | 16.69 | 15.98 | 15.52 | 15.21 | 14.98 | 14.80 | 14.66 | 14.55 | 14.37 | 14.20 |
| .005 | | 31.33 | 26.28 | 24.26 | 23.15 | 22.46 | 21.98 | 21.62 | 21.35 | 21.14 | 20.97 | 20.70 | 20.44 |
| .05 | 5 | 6.61 | 5.79 | 5.41 | 5.19 | 5.05 | 4.95 | 4.88 | 4.82 | 4.77 | 4.74 | 4.68 | 4.62 |
| .025 | | 10.01 | 8.43 | 7.76 | 7.39 | 7.15 | 6.98 | 6.85 | 6.76 | 6.68 | 6.62 | 6.52 | 6.43 |
| .01 | | 16.26 | 13.27 | 12.06 | 11.39 | 10.97 | 10.67 | 10.46 | 10.29 | 10.16 | 10.05 | 9.89 | 9.72 |
| .005 | | 22.78 | 18.31 | 16.53 | 15.56 | 14.94 | 14.51 | 14.20 | 13.96 | 13.77 | 13.62 | 13.38 | 13.15 |
| .05 | 6 | 5.99 | 5.14 | 4.76 | 4.53 | 4.39 | 4.28 | 4.21 | 4.15 | 4.10 | 4.06 | 4.00 | 3.94 |
| .025 | | 8.81 | 7.26 | 6.60 | 6.23 | 5.99 | 5.82 | 5.70 | 5.60 | 5.52 | 5.46 | 5.37 | 5.27 |
| .01 | | 13.75 | 10.92 | 9.78 | 9.15 | 8.75 | 8.47 | 8.26 | 8.10 | 7.98 | 7.87 | 7.72 | 7.56 |
| .005 | | 18.63 | 14.54 | 12.92 | 12.03 | 11.46 | 11.07 | 10.79 | 10.57 | 10.39 | 10.25 | 10.03 | 9.81 |
| .05 | 7 | 5.59 | 4.74 | 4.35 | 4.12 | 3.97 | 3.87 | 3.79 | 3.73 | 3.68 | 3.64 | 3.57 | 3.51 |
| .025 | | 8.07 | 6.54 | 5.89 | 5.52 | 5.29 | 5.12 | 4.99 | 4.90 | 4.82 | 4.76 | 4.67 | 4.57 |
| .01 | | 12.25 | 9.55 | 8.45 | 7.85 | 7.46 | 7.19 | 6.99 | 6.84 | 6.72 | 6.62 | 6.47 | 6.31 |
| .005 | | 16.24 | 12.40 | 10.88 | 10.05 | 9.52 | 9.16 | 8.89 | 8.68 | 8.51 | 8.38 | 8.18 | 7.97 |
| .05 | 8 | 5.32 | 4.46 | 4.07 | 3.84 | 3.69 | 3.58 | 3.50 | 3.44 | 3.39 | 3.35 | 3.28 | 3.22 |
| .025 | | 7.57 | 6.06 | 5.42 | 5.05 | 4.82 | 4.65 | 4.53 | 4.43 | 4.36 | 4.30 | 4.20 | 4.10 |
| .01 | | 11.26 | 8.65 | 7.59 | 7.01 | 6.63 | 6.37 | 6.18 | 6.03 | 5.91 | 5.81 | 5.67 | 5.52 |
| .005 | | 14.69 | 11.04 | 9.60 | 8.81 | 8.30 | 7.95 | 7.69 | 7.50 | 7.34 | 7.21 | 7.01 | 6.81 |


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל

| | | *d.f.1.* | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha$ | *d.f.2.* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 |
| .05 | 9 | 5.12 | 4.26 | 3.86 | 3.63 | 3.48 | 3.37 | 3.29 | 3.23 | 3.18 | 3.14 | 3.07 | 3.01 |
| .025 | | 7.21 | 5.71 | 5.08 | 4.72 | 4.48 | 4.32 | 4.20 | 4.10 | 4.03 | 3.96 | 3.87 | 3.77 |
| .01 | | 10.56 | 8.02 | 6.99 | 6.42 | 6.06 | 5.80 | 5.61 | 5.47 | 5.35 | 5.26 | 5.11 | 4.96 |
| .005 | | 13.61 | 10.11 | 8.72 | 7.96 | 7.47 | 7.13 | 6.88 | 6.69 | 6.54 | 6.42 | 6.23 | 6.03 |
| .05 | 10 | 4.96 | 4.10 | 3.71 | 3.48 | 3.33 | 3.22 | 3.14 | 3.07 | 3.02 | 2.98 | 2.91 | 2.85 |
| .025 | | 6.94 | 5.46 | 4.83 | 4.47 | 4.24 | 4.07 | 3.95 | 3.85 | 3.78 | 3.72 | 3.62 | 3.52 |
| .01 | | 10.04 | 7.56 | 6.55 | 5.99 | 5.64 | 5.39 | 5.20 | 5.06 | 4.94 | 4.85 | 4.71 | 4.56 |
| .005 | | 12.83 | 9.43 | 8.08 | 7.34 | 6.87 | 6.54 | 6.30 | 6.12 | 5.97 | 5.85 | 5.66 | 5.47 |
| .05 | 12 | 4.75 | 3.89 | 3.49 | 3.26 | 3.11 | 3.00 | 2.91 | 2.85 | 2.80 | 2.75 | 2.69 | 2.62 |
| .025 | | 6.55 | 5.10 | 4.47 | 4.12 | 3.89 | 3.73 | 3.61 | 3.51 | 3.44 | 3.37 | 3.28 | 3.18 |
| .01 | | 9.33 | 6.93 | 5.95 | 5.41 | 5.06 | 4.82 | 4.64 | 4.50 | 4.39 | 4.30 | 4.16 | 4.01 |
| .005 | | 11.75 | 8.51 | 7.23 | 6.52 | 6.07 | 5.76 | 5.52 | 5.35 | 5.20 | 5.09 | 4.91 | 4.72 |
| .05 | 15 | 4.54 | 3.68 | 3.29 | 3.06 | 2.90 | 2.79 | 2.71 | 2.64 | 2.59 | 2.54 | 2.48 | 2.40 |
| .025 | | 6.20 | 4.77 | 4.15 | 3.80 | 3.58 | 3.41 | 3.29 | 3.20 | 3.12 | 3.06 | 2.96 | 2.86 |
| .01 | | 8.68 | 6.36 | 5.42 | 4.89 | 4.56 | 4.32 | 4.14 | 4.00 | 3.89 | 3.80 | 3.67 | 3.52 |
| .005 | | 10.80 | 7.70 | 6.48 | 5.80 | 5.37 | 5.07 | 4.85 | 4.67 | 4.54 | 4.42 | 4.25 | 4.07 |
| .05 | 20 | 4.35 | 3.49 | 3.10 | 2.87 | 2.71 | 2.60 | 2.51 | 2.45 | 2.39 | 2.35 | 2.28 | 2.20 |
| .025 | | 5.87 | 4.46 | 3.86 | 3.51 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.91 | 2.84 | 2.77 | 2.68 | 2.57 |
| .01 | | 8.10 | 5.85 | 4.94 | 4.43 | 4.10 | 3.87 | 3.70 | 3.56 | 3.46 | 3.37 | 3.23 | 3.09 |
| .005 | | 9.94 | 6.99 | 5.82 | 5.17 | 4.76 | 4.47 | 4.26 | 4.09 | 3.96 | 3.85 | 3.68 | 3.50 |
| .05 | 30 | 4.17 | 3.32 | 2.92 | 2.69 | 2.53 | 2.42 | 2.33 | 2.27 | 2.21 | 2.16 | 2.09 | 2.01 |
| .025 | | 5.57 | 4.18 | 3.59 | 3.25 | 3.03 | 2.87 | 2.75 | 2.65 | 2.57 | 2.51 | 2.41 | 2.31 |
| .01 | | 7.56 | 5.39 | 4.51 | 4.02 | 3.70 | 3.47 | 3.30 | 3.17 | 3.07 | 2.98 | 2.84 | 2.70 |
| .005 | | 9.18 | 6.35 | 5.24 | 4.62 | 4.23 | 3.95 | 3.74 | 3.58 | 3.45 | 3.34 | 3.18 | 3.01 |
| .05 | 60 | 4.00 | 3.15 | 2.76 | 2.53 | 2.37 | 2.25 | 2.17 | 2.10 | 2.04 | 1.99 | 1.92 | 1.84 |
| .025 | | 5.29 | 3.93 | 3.34 | 3.01 | 2.79 | 2.63 | 2.51 | 2.41 | 2.33 | 2.27 | 2.17 | 2.06 |
| .01 | | 7.08 | 4.98 | 4.13 | 3.65 | 3.34 | 3.12 | 2.95 | 2.82 | 2.72 | 2.63 | 2.50 | 2.35 |
| .005 | | 8.49 | 5.79 | 4.73 | 4.14 | 3.76 | 3.49 | 3.29 | 3.13 | 3.01 | 2.90 | 2.74 | 2.57 |
| .05 | 120 | 3.92 | 3.07 | 2.68 | 2.45 | 2.29 | 2.18 | 2.09 | 2.02 | 1.96 | 1.91 | 1.83 | 1.75 |
| .025 | | 5.15 | 3.80 | 3.23 | 2.89 | 2.67 | 2.52 | 2.39 | 2.30 | 2.22 | 2.16 | 2.05 | 1.94 |
| .01 | | 6.85 | 4.79 | 3.95 | 3.48 | 3.17 | 2.96 | 2.79 | 2.66 | 2.56 | 2.47 | 2.34 | 2.19 |
| .005 | | 8.18 | 5.54 | 4.50 | 3.92 | 3.55 | 3.28 | 3.09 | 2.93 | 2.81 | 2.71 | 2.54 | 2.37 |
| .05 | ∞ | 3.84 | 3.00 | 2.60 | 2.37 | 2.21 | 2.10 | 2.01 | 1.94 | 1.88 | 1.83 | 1.75 | 1.67 |
| .025 | | 5.02 | 3.69 | 3.12 | 2.79 | 2.57 | 2.41 | 2.29 | 2.19 | 2.11 | 2.05 | 1.94 | 1.83 |
| .01 | | 6.63 | 4.61 | 3.78 | 3.32 | 3.02 | 2.80 | 2.64 | 2.51 | 2.41 | 2.32 | 2.18 | 2.04 |
| .005 | | 7.88 | 5.30 | 4.28 | 3.72 | 3.35 | 3.09 | 2.90 | 2.74 | 2.62 | 2.52 | 2.36 | 2.19 |


© כל הזכויות שמורות לברק קנדל