

# הסתברות וסטטיסטיקה להנדסאי תעשייה וניהול

פרק 17 - רגרסיה

תוכן העניינים

1. כללי ..... 1

## מדדי קשר – רגרסיה ליניארית:

### רקע:

במידה וקיים קשר חזק בין שני המשתנים הכמותיים נהוג לבצע ניבוי. לבנות קו ניבויים הנקרא גם קו רגרסיה המנבא משתנה אחד על סמך האחר. מדובר בקו שמנבא את  $Y$  על סמך  $X$ . השיטה למציאת הקו הנ"ל נקראת שיטת הריבועים הפחותים והקו המתקבל נקרא קו הרגרסיה או קו הניבויים או קו הריבועים הפחותים.  $a$  - נותן את ערך  $Y$  כאשר  $X$  הנו אפס על גבי קו הניבויים. הוא נקרא החותך של הקו.  $b$  - הוא שיפוע הקו נותן בכמה בעצם  $Y$  משתנה כאשר  $X$  גדל ביחידה אחת על גבי קו הניבויים.

להלן המשוואות למציאת הפרמטרים של קו הרגרסיה:  $Y = bX + a$ ,  $b = r \frac{S_y}{S_x}$ .

לצורך בניית קו ניבויים לניבוי  $X$  על סמך  $Y$  נצטרך לעדכן את הנוסחאות בהתאם.

## שאלות:

- (1) נסמן ב-  $X$  את ההכנסה של משפחה באלפי ₪. נסמן ב-  $Y$  את ההוצאות של משפחה באלפי ₪. נלקחו 20 משפחות והתקבלו התוצאות הבאות:

$$\sum_{i=1}^{20} Y_i = 200, \quad \sum_{i=1}^{20} X_i = 240$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 76, \quad \sum_{i=1}^{20} (Y_i - \bar{Y}) = 76$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60.8$$

- א. חשבו את מדד הקשר הלינארי בין  $X$  ל-  $Y$ . מיהו המשתנה התלוי?  
 ב. מצאו את קו הרגרסיה לניבוי ההוצאה של משפחה על סמך הכנסה שלה. הסבירו את משמעות הפרמטרים של קו הרגרסיה.  
 ג. משפחת כהן הכניסה 15,000₪. מה ההוצאה הצפויה שלה?

- (2) נסמן ב-  $X$  את ההשכלה של אדם בשנות לימוד. נסמן ב-  $Y$  את הכנסתו באלפי ₪. במחקר התקבלו התוצאות הבאות:

$$S_x = 2, \quad S_y = 5, \quad \bar{X} = 14, \quad \bar{Y} = 8, \quad \text{COV}(X, Y) = 7.5$$

- א. חשבו את מדד הקשר של פירסון בין ההשכלה להכנסה.  
 ב. מה ההכנסה הצפויה לאדם שהשכלתו 12 שנים?  
 ג. מה ההשכלה הצפויה לאדם שהכנסתו 10,000₪?

- (3) חוקר רצה לחקור את הקשר הקווי שבין הציון המבחן בסטטיסטיקה לבין מספר שעות ההכנה של הסטודנטים למבחן. במדגם של 100 סטודנטים שנבחנו בקורס נרשמו התוצאות הבאות: הציון הממוצע של הסטודנטים היה 65 עם סטיית תקן של 27. מספר שעות ההכנה הממוצע היה 30 עם סטיית תקן של 18. מקדם המתאם בין הציון לשעות ההכנה היה 0.8.

- א. על פי משוואת הרגרסיה, שעת הכנה נוספת משפרת את ציון המבחן ב-?  
 ב. על פי משוואת הרגרסיה, תלמיד שייגש למבחן ללא שעות הכנה כלל יקבל ציון?  
 ג. מהו קו הרגרסיה לניבוי הציון לפי שעות ההכנה?

- (4) נתונים 2 משתנים  $X$  ו-  $Y$ . כמו כן נתון:  $\bar{X} = 1.5, S_x = S_y = 4$ ,  
 וכן שקו הרגרסיה של  $Y$  על בסיס  $X$  הינו:  $Y = -0.2X + 0.5$ .  
 חשבו מהו מקדם המתאם בין  $X$  ל-  $Y$ .

**תשובות סופיות:**

- |                      |                       |             |
|----------------------|-----------------------|-------------|
| ג. 12.4 אלפי ₪.      | ב. $Y = 0.8X + 0.4$ . | א. 0.8 (1)  |
| ג. 14.6 שנים.        | ב. 4.25 אלפי ₪.       | א. 0.75 (2) |
| ג. $Y = 1.2X + 29$ . | ב. 29.                | א. 1.2 (3)  |
|                      |                       | א. -0.2 (4) |