# חדו"א 2

## פרק 15 - קיצון של פונקציה רבת משתנים (רמה מתקדמת) - הריבועים הפחותים

תוכן העניינים

1. קיצון של פונקציה רבת משתנים ..... 1

# קיצון של פונקציה רבת משתנים (מתקדם) – ריבועים פחותים

## שאלות

מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציות בשאלות **1-5**:

**1)** $f(x,y)=1+2xy-x^2-y^2$

**2)** $f(x,y)=4-\sqrt{x^2+y^2}$

**3)** $z^3+z+xy-2x-y+2=0 \quad (z=f(x,y))$

**4)** $f(x,y)=x^3-y^3-3x^2+6y^2+3x-12y+8$

**5)** $f(x,y,z)=x+\frac{y^2}{4x}+\frac{z^2}{y}+\frac{2}{z} \quad (x,y,z>0)$

**6)** מצאו מרחק מינימלי בין הפרבולה $y=x^2+1$, לפרבולה $y=-x^2+2x$.

* לפתרון תרגיל זה נדרש ידע בפתרון נומרי (מקורב) של משוואה, כגון שיטת ניוטון רפסון.

בשאלות **7-11** נתונות $n$ נקודות, $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$, ויש למצוא קו עקום מהצורה $y=h(x)$, כך שסכום ריבועי המרחקים האנכיים בין העקום והנקודות יהיה מינימלי.

**7)** $h(x)=ax+b$, הדגימו עבור הנקודות $(2,2.5),(1,0.8),(3,3.2),(4,3.5)$.

**8)** $h(x)=ax^2+bx$, הדגימו עבור הנקודות $(-1,2),(2,0),(0,-2)$.

**9)** $h(x)=ax+\frac{b}{x}$, הדגימו עבור הנקודות $(10,20.2),(6,12.9),(4,8.5),(0.5,4)$.

**10)** $h(x)=ax^2+\frac{b}{x^2}$, הדגימו עבור הנקודות $(4,33),(2,8.5),(0.5,2.3),(1,4.5),(0.1,90)$.


כתב ופתר – גיא סלומון ©

**11)** $h(x)=ax^2+bx+c$ , הדגימו עבור $(1,4.5),(0.5,2.3),(0,0.8),(-1,0.1),(-0.5,0.12)$ .

**12)** נתונות $n$ נקודות: $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\dots,(x_n,y_n)$ .
מצאו ישר $y=ax+b$ , כך שסכום ריבועי המרחקים האנכיים בין הישר והנקודות יהיה מינימלי.
יש להגיע לנוסחה מפורשת עבור $a$ ו- $b$ .

הערה: בשאלות **11** ו-**12** ניתן להניח ש- $a$ ו- $b$ , המתקבלים מפתרון המשוואות $f_a=0,\ f_b=0$ ,
נותנים את המינימום המוחלט של פונקציית ריבועי המרחקים האנכיים $f(a,b)=\sum_{i=1}^{n}\left(h(x_i)-y_i\right)^2$ .

## תשובות סופיות

**1)** $(t,t)$ לכל $t$ ממשי, מקסימום.

**2)** $(0,0)$ מקסימום.

**3)** אין קיצון. $(1,2)$ אוכף.

**4)** אין קיצון. $(1,2)$ אוכף.

**5)** $(0.5,1,1)$ מינימום.

**6)** $0.375$

**7)** $y=0.88x+0.3$

**8)** $y=\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x$

**9)** $y=2.032x+\frac{1.5039}{x}$

**10)** $y=2.06x^2+\frac{0.9}{x^2}$

**11)** $y=1.48x^2+2.196x+0.824$

**12)** $$a=\frac{n\sum_{i=1}^{n}y_ix_i-\sum_{i=1}^{n}y_i\sum_{i=1}^{n}x_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\quad,\quad b=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\sum_{i=1}^{n}y_ix_i\sum_{i=1}^{n}x_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}$$


כתב ופתר – גיא סלומון ©