# חדוא לתלמידי כלכלה וניהול

## פרק 29 - קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

### תוכן העניינים

1. קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים ..... 1

# קיצון ואוכף לפונקציה של שני משתנים

## שאלות

עבור כל אחת מהפונקציות בשאלות **1-7**,
מצאו נקודות קריטיות וסווגו אותן למקסימום, מינימום או אוכף:

**1)** $f(x,y)=8x^3+12xy+3y^2-18x$

**2)** $f(x,y)=x^3+y^3-3x-12y+20$

**3)** $f(x,y)=x^3+y^3-3xy+4$

**4)** $f(x,y)=3x-x^3-2y^2+y^4$

**5)** $f(x,y)=e^{4y-x^2-y^2}$

**6)** $f(x,y)=y\sqrt{x}-y^2-x+6y$

**7)** $f(x,y)=\dfrac{x^2y^2-8x+y}{xy}$

**8)** נתון משטח $z=x^3+y^3-3xy+4$.
מצאו את משוואות המישורים המשיקים האופקיים למשטח.

**9)** מבין כל התיבות הפתוחות שנפחן 32 סמ"ק, חשבו את ממדי התיבה ששטח הפנים שלה הוא מינימלי.

**10)** יצרן מוכר מחשבונים, בארץ ובסין.
עלות הייצור של מחשבון בארץ היא 6$ ועלות ייצור מחשבון בסין היא 8$.
מנהל השיווק אומד את הביקוש $Q_1$ למחשבון בארץ, ואת הביקוש $Q_2$ למחשבון בסין, על ידי: $Q_2=144+16P_1-24P_2$, $Q_1=116-30P_1+20P_2$.
כיצד צריכה החנות לקבוע את מחירי המחשבונים, $P_1$ ו- $P_2$,
על מנת למקסם את הרווח? מהו רווח זה?


לפתרון מלא בסרטוני וידאו היכנסו לאתר www.GooL.co.il
כתב ופתר – גיא סלומון ©

**11)** נתונה הפונקציה $f(x,y)=x^2+y^2+axy$ .

א. הוכיחו שהנקודה $(0,0)$, היא נקודה קריטית.

ב. בעזרת מבחן הנגזרת השנייה, קבעו עבור אילו ערכים של $a$, הנקודה מסעיף א' היא מקסימום, מינימום, אוכף, או שלא ניתן לדעת.

## תשובות סופיות

**1)** $(-0.5,1)$ אוכף ; $(1.5,-3)$ מינימום.

**2)** $(1,\ 2)$ מינימום ; $(-1,-2)$ מקסימום ; $(-1,\ 2)$ , $(1,-2)$ אוכף.

**3)** $(0,0)$אוכף ; $(1,1)$ מינימום.

**4)** $(-1,\ -1)(-1,\ 1)$ מינימום ; $(1,\ 0)$ מקסימום ; $(1,\ -1)$ $(-1,\ 0),(1,1),$ אוכף.

**5)** $(0,\ 2)$ מקסימום.

**6)** $(4,\ 4)$ מקסימום.

**7)** $(-0.5,\ 4)$ מקסימום.

**8)** $z=4,\quad z=3$

**9)** רוחב 4 ס"מ , אורך 4 ס"מ , גובה 2 ס"מ.

**10)** $P_2=12\$$ $P_1=10\$,$ רווח מקסימלי $288\$$ .

**11)** א. שאלת הוכחה. ב. עבור $a=-2,\ a=2$ , לא ניתן לדעת ;
$a<-2,\ a>2$ אוכף ; $-2<a<2$ מינימום.


כתב ופתר – גיא סלומון ©