מבוא להנדסת מכונות 4611310

פרק 3 - קינמטיקה - תנועה בקו ישר

תוכן העניינים

1. העתק 1
2. תנועה במהירות קבועה 3
3. מהירות ממוצעת 8
4. תאוצה 10
5. תרגול 15
6. מהירות רגעית ותאוצה רגעית 21
7. מהירות רגעית ותאוצה רגעית -אינטגרלים 23

העתק:

רקע

<u>תנועה בקו ישר</u> - תנועה על ציר אחד.

כאשר מגדירים ציר, צריך:

1. לבחור מה יהיה הכיוון החיובי של הציר.
2. לבחור איפה תהיה הראשית

<u>העתק</u>- השינוי במיקום הגוף
סימון ההעתק הוא $\Delta x = x_2 - x_1$
העתק שלילי - תנועה בכיוון הפוך לכיוון החיובי של הציר

<u>דרך</u> - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

שאלות:

1) כדור

חשב את ההעתק של כדור המתחיל תנועתו ב- $x = 2\text{m}$, ומסיים את תנועתו ב- $x = 1\text{m}$.
מהו כיוון תנועתו של הכדור?

2) דני ודנה

הבתים של דני ודנה נמצאים ברחוב ישר. דני בחר את ראשית הצירים בסוף הרחוב, ואת הכיוון החיובי ימינה.
הבית של דני נמצא ב- $x = -50\text{m}$, והבית של דנה ב- $x = -20\text{m}$, ביחס לראשית.
מה ההעתק שביצע דני בהלוך ומה ההעתק שיבצע בדרך חזרה?
מה כיוון ההעתק בכל אחד מהמקרים?

3) העתק ודרך

מכונית נוסעת מת״א לחיפה, וחוזרת חזרה לת״א. המרחק בין הערים הוא 100 ק״מ.
מצא את ההעתק שביצעה המכונית ואת הדרך שעשתה.
(הנח שהכביש המחבר בין הערים ישר).

תשובות סופיות:

1) -3m

2) בדרך הלוך: 30m, הכיוון חיובי; בדרך חזור: -30m, הכיוון שלילי.

3) העתק: $\Delta x = 0$, דרך: $s = 200$.

תנועה במהירות קבועה:

רקע

מהירות קבועה או ממוצעת:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

היחידות של המהירות הם יחידות של אורך חלקי זמן. ב m.k.s היחידות הן $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0)$$

גרפים:
גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח **החיובי** מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

שאלות:

1) יוסי מאחר לשיעור
יוסי מאחר לשיעור, ביתו נמצא בקו ישר ממול שער הכניסה לאוניברסיטה.
המרחק בין ביתו לשער הוא 100 מטרים.
מצא את מהירות ריצתו של יוסי, אם הוא הגיע תוך 20 שניות מביתו לשער האוניברסיטה.

2) מיקומו של גוף
מיקומו של גוף ב- $t = 2\text{sec}$ הוא $x = 3\text{m}$. לאחר 4 שניות מיקומו הוא: $x = -2\text{m}$.
מצא את מהירותו, אם ידוע שהיא קבועה.

3) תנועה ביחס ל-A
גוף נע בקו ישר במהירות קבועה של: $v = 5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t = 0$ הגוף חולף בנקודה A.

א. מהו מיקומו של הגוף ברגעים: $t=2\text{sec}$ ו- $t=8\text{sec}$ ביחס לנקודה A?
ב. כעבור כמה זמן חלף הגוף במרחק 200 מטר מהנקודה A?

4) גוף חולף דרך שתי נקודות

גוף נע במהירות קבועה לאורך קו ישר, ברגע $t=2\text{sec}$ מיקומו הוא $x=2\text{m}$, וברגע $t=6\text{sec}$ הוא חולף בנקודה ששיעורה $x=10\text{m}$.

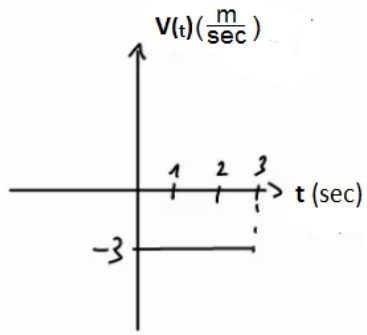
א. מהי מהירות הגוף?
ב. היכן יהיה הגוף ברגע $t=0$?
ג. מצא את הנוסחה עבור מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.
ד. מתי יהיה הגוף בראשית הצירים?
ה. כמה העתק ביצע הגוף מהרגע שבו $t=0$ עד לרגע שבו $t=10\text{sec}$?

5) גוף נע שמאלה

גוף נע בקו ישר במהירות קבועה שגודלה $6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. ברגע $t=0$ מיקום הגוף הוא: $x=50\text{m}$.
בחר את כיוון ציר ה- x ימינה והנח שהגוף נע שמאלה.

א. מהו מיקום הגוף כתלות בזמן?
ב. היכן נמצא הגוף ב- $t=2\text{sec}$ וב- $t=3\text{sec}$?
ג. מתי יהיה הגוף במרחק $x=20\text{m}$ מהראשית ומתי יהיה במרחק של $x=-10\text{m}$?

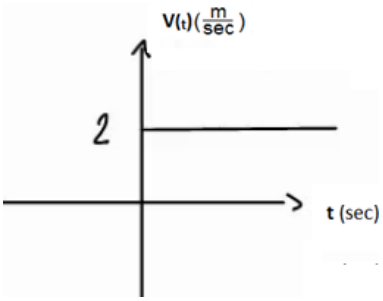
6) מהירות שלילית



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=3\text{sec}$.
ב. מצא נוסחה למיקום, כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

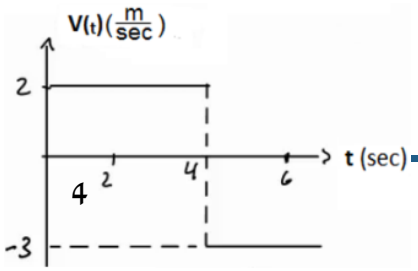
7) מיקום שלילי



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף, אם ידוע שב- $t=2\text{sec}$ מיקומו היה $x=-4\text{m}$.
ב. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

8) מהירות מתחלפת



נתון הגרף הבא של מהירות של גוף כתלות בזמן.

א. מצא את ההעתק של הגוף בין הזמנים $t=1\text{sec}$ ל- $t=6\text{sec}$.

ב. מצא נוסחה למיקום כתלות בזמן של הגוף
אם ידוע שב- $t=0$ מיקומו היה $x=2\text{m}$.
ג. שרטט גרף מקום כתלות בזמן של הגוף.

9) שתי מכוניות זו לקראת זו

שתי מכוניות נעות זו לקראת זו לאורך כביש דו נתיבי ישר.

מכונית א' יוצאת מנקודה המרוחקת 140 מטר מימין לראשית, ונעה במהירות $8\frac{\text{m}}{\text{sec}}$,

ומכונית ב' יוצאת מנקודה המרוחקת 40 מטר משמאל לראשית ונעה במהירות $10\frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

א. מתי חולפות המכוניות זו על יד זו? ומהן מיקומן ביחס לראשית ברגע זה?
ב. מתי המרחק בין המכוניות יהיה 40 מטר?

10) מכונית נוסעת מת"א לירושלים

מכונית נוסעת מתל אביב לירושלים במהירות של 90 קמ"ש, חונה בירושלים למשך שעה אחת, וחוזרת לתל אביב במהירות של 45 קמ"ש.
המרחק בין הערים תל אביב וירושלים הוא 45 ק"מ.
לשם הפשטות, נניח כי התנועה מתנהלת לאורך קו ישר.

א. שרטט גרף מקום-זמן של תנועת המכונית.
איזה גודל פיסיקלי מייצגים שיפועי הישרים?
ב. רשום נוסחת מקום-זמן של תנועת המכונית.
ג. שרטט גרף מהירות-זמן.

11) אופנוע ומכונית מת"א לאילת

אופנוע יוצא לדרכו מת"א לאילת במהירות קבועה שגודלה 80 ק"מ לשעה.
חצי שעה לאחר צאת האופנוע יוצאת מכונית מאילת לת"א במהירות קבועה של 120 ק"מ לשעה.
המרחק בין שתי הערים הוא 340 ק"מ, ונניח שהכביש המחבר ביניהם הוא ישר.

א. הגדר ציר מיקום עבור תנועת האופנוע והמכונית.
ב. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת האופנוע.
ג. כתוב נוסחת מיקום-זמן עבור תנועת המכונית.
ד. כמה זמן לאחר צאת האופנוע לדרכו הוא יחלוף על פני המכונית?
מה מיקומם של האופנוע והמכונית ברגע זה?

תשובות סופיות:

1) $5\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2) $-\frac{5}{4}\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

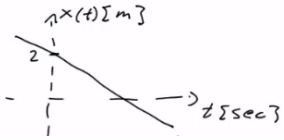
3) א. $x(t=8)=40\text{m}$, $x(t=2)=10\text{m}$ ב. $t=40\,\text{sec}$

4) א. $2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ב. $x_3=-2\text{m}$ ג. $x(t)=2+2(t-2)$ ד. $t=1\,\text{sec}$ ה. $\Delta x=20\text{m}$

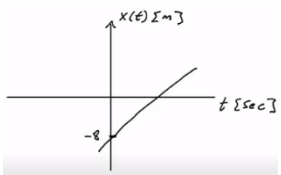
5) א. $x(t)=50-6t$ ב. $x(t=2)=38\text{m}\,,x(t=3)=32\text{m}$

ג. $t(x=20)=5\,\text{sec}$, $t(x=-10)=10\,\text{sec}$

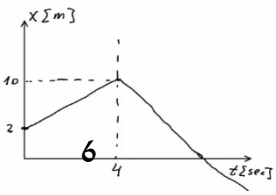
6) א. $S=-6\text{m}$ ב. $x(t)=2-3t$ ג.



7) א. $x(t)=-8+2t$ ב.



8) א. $\Delta x=0$ ב. $x(t)=\begin{cases}2+2t & 0\le t\le 4\\ 22-3t & t\ge 4\end{cases}$ ג.

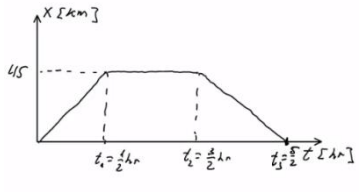


9) א. חולפות ב- $t=10\sec$, ומיקומן הוא $x_{a,b}(t=10)=60\text{m}$.

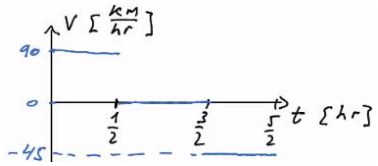
ב. $t_1\approx 7.78\sec$ או $t_2\approx 12.22$.

10) א. השיפועים מייצגים מהירות.

ב. $$x(t)=\begin{cases}90t & 0\le t\le \frac{1}{2}\\ 45 & \frac{1}{2}\le t\le \frac{3}{2}\\ 45-45\left(t-\frac{3}{2}\right) & \frac{3}{2}\le t\le \frac{5}{2}\end{cases}$$



ג.



11) א. נגדיר את ראשית הצירים בת"א $x=0$, ואת הכיוון החיובי לאילת.

ב. $x(t)=80t$ ג. $x(t)=340+(-120)\left(t-\frac{1}{2}\right)$ ד. $x=160\text{km}\ ;\ t=2\text{hr}$

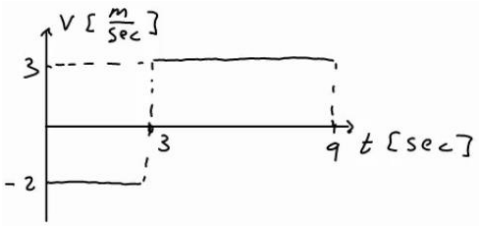
מהירות ממוצעת:

שאלות:

1) דני נוסע מחיפה לטבריה

דני נסע ברכבו מחיפה לטבריה. הוא התחיל בנסיעה במהירות של 80 קמ״ש, נסע במשך חצי שעה, ואז עצר לאכול צוהריים למשך שעה. לאחר מכן, המשיך בנסיעה במהירות של 100 קמ״ש במשך שעה, עד אשר הגיע לטבריה.
מהי מהירות הנסיעה הממוצעת של דני?

2) מהירות ממוצעת מתוך גרף



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא.
מהי המהירות הממוצעת בה נע הגוף?

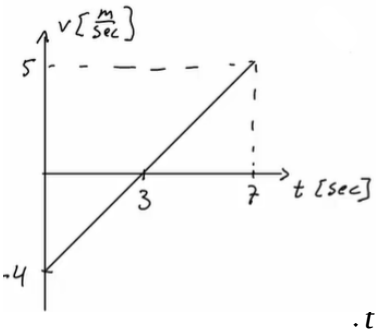
3) מת״א לב״ש דרך חיפה

אורי נסע מת״א לבאר שבע דרך חיפה. הנח שחיפה נמצאת 60 ק״מ צפונה מת״א ובאר שבע נמצאת 100 ק״מ דרומה מת״א. הנח שכל הערים נמצאות על אותו קו ישר. בדרכו לחיפה נסע אורי במהירות של 90 ק״מ לשעה. בדרכו מחיפה לבאר שבע נסע אורי במהירות של 120 ק״מ לשעה.

א. מצא את המהירות הממוצעת של אורי (velocity).
ומצא את ממוצע גודל המהירות של אורי (speed).

ב. שילה יצאה מת״א לבאר שבע חצי שעה לאחר אורי, שילה נסעה בדרך הקצרה ביותר.
באיזו מהירות ממוצעת (velocity) צריכה שילה לנסוע על מנת שתגיע לבאר שבע באותו זמן שבו יגיע אורי?
מה ממוצע גודל המהירות של שילה (speed)?

4) מהירות ממוצעת בגרף לינארי



מהירותו של גוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) ואת ממוצע גודל המהירות (avrage speed) עבור כל התנועה.

ב. מצא את המהירות הממוצעת של הגוף (avrage velocity) בקטע שבין $t=3\text{sec}$ ל- $t=7\text{sec}$.

תשובות סופיות:

1) $\bar{V}=56\frac{km}{hr}$

2) $\bar{V}=1.33\frac{m}{sec}$

3) א. $\bar{V}=-50\frac{km}{hr}$, $|\bar{V}|=110\frac{km}{hr}$ ב. $\bar{V}=-66.67\frac{km}{hr}$, $|\bar{V}|=66.67\frac{km}{hr}$

4) א. $\bar{V}=\frac{4}{7}\frac{m}{sec}$, $|\bar{V}|=\frac{16}{7}\frac{m}{sec}$ ב. $2.5\frac{m}{sec}$

תאוצה:

שאלות:

1) מטוס מאיץ בתאוצה קבועה
מטוס מתחיל להאיץ ממנוחה בתאוצה קבועה.
לאחר 10 שניות הגיע המטוס למהירות 150 מטר לשנייה.
מהי תאוצת המטוס?

2) משאית מאיצה
משאית נוסעת במהירות של 70 קמ״ש ומאיצה תוך 10 שניות למהירות של 90 קמ״ש.
מהי תאוצת המשאית?

3) אופנוע מאיץ ממנוחה
אופנוע מתחיל את נסיעתו ממנוחה, בתאוצה של 2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את נוסחת מהירות-זמן עבור האופנוע.

ב. מה תהיה מהירותו לאחר 7 שניות?

ג. מתי תהיה מהירותו 20 מטר לשנייה?

4) אופנוע מאיץ אחרי מכונית
מכונית נוסעת במהירות קבועה של 20 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מתחילה המכונית להאיץ בתאוצה קבועה של 2 מטר לשנייה בריבוע.
אופנוע מתחיל את תנועתו שנייה לאחר המכונית ומאיץ בתאוצה של 3 מטר לשנייה בריבוע, ממנוחה.
מתי תהיה מהירות האופנוע שווה למהירות המכונית?

5) תאוטה
לפניך מספר מקרים בהם רכב משנה את מהירותו. מצא בכל מקרה את תאוצת הרכב וציין האם הרכב האיץ או שהרכב נמצא בתאוטה:

א. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה,למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 5 שניות.

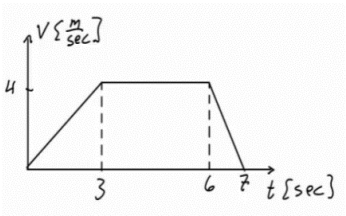
ב. רכב משנה את מהירותו ממהירות של 20 מטר לשנייה למהירות של 10 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

ג. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 2 שניות.

ד. רכב משנה את מהירותו מ-5 מטר לשנייה ל-15 מטר לשנייה תוך 5 שניות.

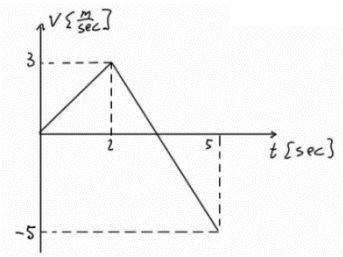
ה. רכב משנה את מהירותו מ-10 מטר לשנייה ל-5 מטר לשנייה, תוך 4 שניות.

6) גרף מהירות



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף, כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

7) גרף מהירות שלילית



בגרף הבא מתוארת מהירותו של גוף כתלות בזמן.
מצא את התאוצה בכל אחד מחלקי התנועה
ושרטט גרף עבור התאוצה כתלות בזמן.
ציין עבור כל חלק האם הגוף מאיץ או נמצא בתאוטה.

8) דנה רצה בתאוצה קבועה

דנה מתחילה לרוץ ממנוחה בתאוצה קבועה השווה ל-2 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא את המהירות של דנה לאחר 1 , 2 ו-3 שניות.

ב. מצא את המיקום של דנה לאחר 1 , 2 , 3 ו-4 שניות.

ג. שרטט על גבי ציר את המיקום של דנה בכל אחד מהרגעים.

9) אופנוע משיג מכונית

מכונית נוסעת במהירות קבועה של 30 מטר לשנייה.
ברגע מסוים המכונית חולפת על פני אופנוע הנמצא במנוחה. שתי שניות לאחר מכן מתחיל האופנוע נסיעה בתאוצה קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.
מתי ישיג האופנוע את המכונית?

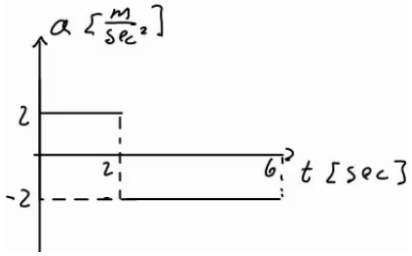
10) דני ודנה רצים זה לקראת זו

דני ודנה רצים זה לקראת זו. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה.
דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע.
המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

11) גרפים של תאוצה, מהירות ומיקום



גוף מתחיל לנוע ממנוחה מראשית הצירים.
תאוצתו של הגוף נתונה בגרף הבא:

א. מצא נוסחת מהירות–זמן עבור הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום–זמן עבור הגוף.

ג. שרטט גרפים עבור המהירות והמיקום, כתלות בזמן.

12) מסלול המראה של סיסנה

מטוס סיסנה צריך להגיע למהירות של 150 קמ"ש על מנת להמריא.
חשב מה אורך מסלול ההמראה הדרוש למטוס, אם תאוצתו היא 5 מטר לשנייה בריבוע.

13) מרחק בלימה

יוסי נוסע במכוניתו במהירות של 100 קמ"ש.
לפתע הוא מבחין באוטובוס המשתלב בנתיב התנועה שלו.
האוטובוס נוסע במהירות של 60 קמ"ש.
מהו "מרחק הבלימה" (המרחק הדרוש ליוסי בשביל להאט ל-60 קמ"ש), אם הוא מאט בקצב של 4 מטר לשנייה בריבוע?

14) עומר עוצר לפני רמזור

עומר נסע במכוניתו במהירות של 50 קמ"ש.
לפתע הבחין כי הרמזור שלפניו התחלף לאדום.
עומר התחיל לבלום את רכבו, עד שהגיע לעצירה מוחלטת.
הנח שהעצירה נעשית בקצב קבוע.

א. מהי המהירות הממוצעת במהלך העצירה?

ב. ברגע העצירה היה מרחקו של עומר מהרמזור 35 מטר.
הזמן שלקח לעומר להגיע לעצירה מוחלטת היה 5 שניות,
האם יספיק עומר לעצור לפני הרמזור?

תשובות סופיות:

1) $15\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

2) $0.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$

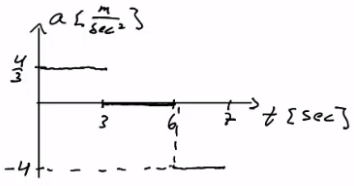
3) א. $V(t)=2\cdot t$ ב. $14\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ג. $t=10\text{sec}$

4) $t=23\text{sec}$

5) א. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ב. $2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוטה. ג. $5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה.

ד. $-2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; תאוצה. ה. $-3.75\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$; המהירות חיובית - בתאוטה $(V\geq 0)$,
המהירות שלילית - בתאוצה $(V<0)$.

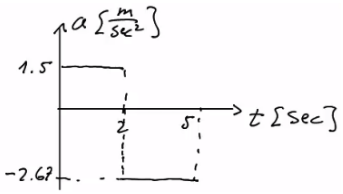
6) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_1=\frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:



חלק 2 - כאשר $3\leq t\leq 6$ אז $a_2=0$ - לא מאיץ ולא מאט;
המהירות קבועה.

חלק 3 - כאשר $0\leq t\leq 3$ אז $a_3=-4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - בתאוטה.

7) חלק 1 - כאשר $0\leq t\leq 2$ אז $a_1=1.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ - מאיץ. שרטוט:

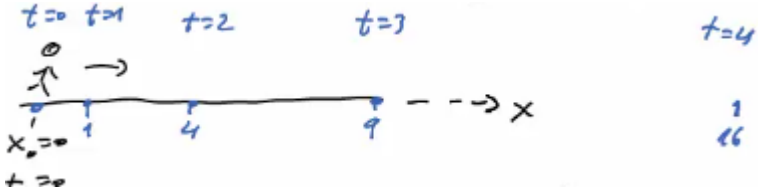


חלק 2 - כאשר $2\leq t\leq 5$ אז $a_2=\frac{-8}{3}\approx -2.67\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$:
כשהמהירות חיובית – בתאוטה $(V\geq 0)$,
וכשהמהירות שלילית – בתאוצה $(V<0)$.

8) א. $V(t=1)=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=2)=4\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V(t=3)=6\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. $X(t=1)=1^2\text{m}$, $X(t=2)=4\text{m}$, $X(t=3)=9\text{m}$, $X(t=4)=16\text{m}$

ג.



9) $t_1=18.79$

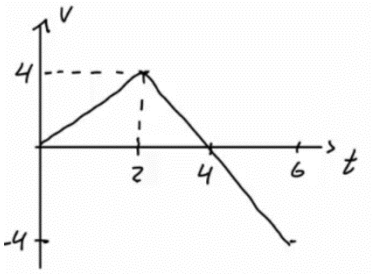
10) א. הזמן : $t=8.16\text{sec}$, המיקום : 16.65m.

ב. $V_{Dani}\left(t=8.16\right)=4.08\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, $V_{Dana}\left(t=8.16\right)=-8.16\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

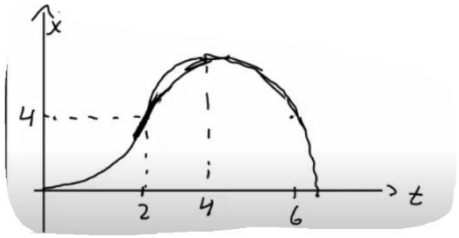
11) א. כאשר $0<t<2$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=2t$; כאשר $2<t<6$, הנוסחה היא : $V\left(t\right)=8-2t$.

ב. כאשר $0<t<2$; $X\left(t\right)=t^2$ כאשר $2<t<6$; $X\left(t\right)=4+4\left(t-2\right)+\frac{1}{2}\left(-2\right)\left(t-2\right)^2$.

ג. שרטוט עבור מהירות :



שרטוט עבור מקום :



12) $\Delta x=173.61\text{m}$

13) $\Delta x=61.73\text{m}$

14) א. $\bar{v}=25\frac{\text{km}}{\text{hr}}$ ב. כן.

תרגול:

שאלות:

1) מאפס לארבעים בעשר שניות

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה לאורך כביש ישר.
המכונית מאיצה בתאוצה קבועה, כך שלאחר 10 שניות היא מגיעה למהירות של 40 מטר לשנייה.

א. מהי תאוצת המכונית?

ב. מצא את ההעתק שביצעה המכונית בזמן ההאצה.

ג. מהי המהירות הממוצעת של המכונית בזמן ההאצה?

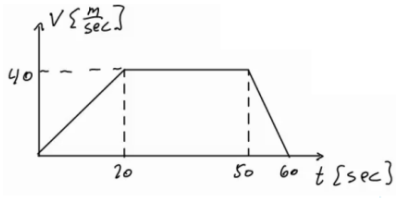
ד. האם ההעתק שמבצעת המכונית בחמש השניות הראשונות גדול, קטן או שווה להעתק בחמש השניות האחרונות?

ה. מתי יהיה מיקום המכונית 32 מטר מהנקודה ממנה יצאה?

ו. מהי מהירות המכונית לאחר שעברה 60 מטרים?

2) גרף של מהירות אופנוע בזמן

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר.
קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.

ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים $t=15,\ 40,\ 55$?

ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

3) דני שכח את הפלאפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.
ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.
באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי.
יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

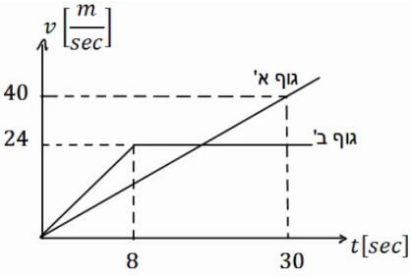
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.

ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

4) גרף מהירויות של שני גופים

בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן.
הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

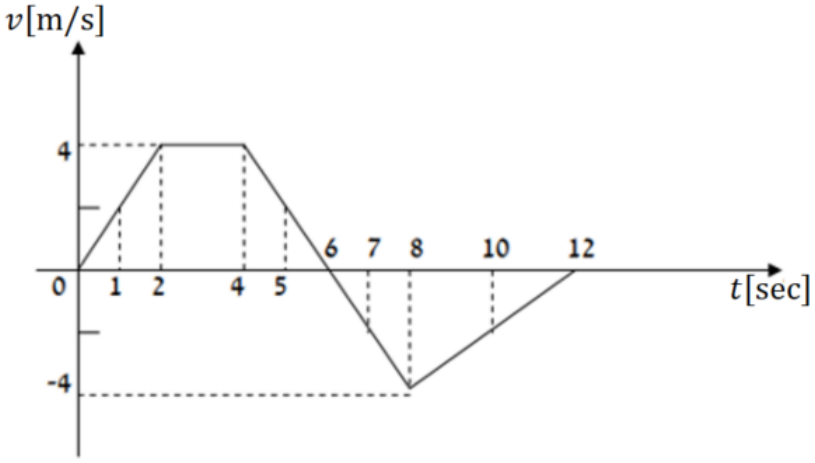


א. תאר את תנועתו של כל גוף.
ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.
ג. מצא את המרחק בין הגופים
ברגעים: $t=3\sec,\ 24\sec$,
וציין מי מקדים את מי.
ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?
ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

5) גרף מהירות זמן בקו ישר

מהירותו של גוף הנע לאורך קו ישר נתונה על ידי הגרף שבאיור.

א. האם תאוצתו של הגוף בזמן $t=1\sec$ שווה בגודלה ובכיוונה לתאוצתו בזמן $t=5\sec$ שניות?
ב. האם בזמן $t=10\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר מאשר בזמן $t=2\sec$?
ג. האם תאוצת הגוף בזמן $t=5\sec$ שווה בגודלה אך הפוכה בכיוונה לתאוצתו בזמן $t=7\sec$?
ד. האם המרחק של הגוף מנקודת מוצאו מקסימלי בזמן $t=12\sec$?
ה. האם בזמן $t=8\sec$ מרחק הגוף מנקודת מוצאו גדול יותר ממרחקו בזמן $t=5\sec$?



6) תרגיל עם הכל

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

א. תאר את התנועה של הגוף במילים.
חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.

ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?
מהו מרחק זה?

ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?

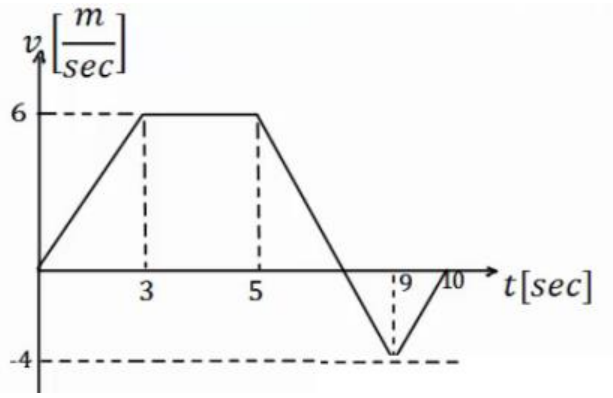
ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?

ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?

ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב-$t = 6\text{sec}$?

ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?

ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן.
אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



7) שני נתונים בזמנים שונים

גוף נע בקו ישר בתאוצה קבועה.
ב-$t = 2\text{sec}$ מהירותו היא 15 מטרים לשנייה ומיקומו 5 מטרים מהראשית, בכיוון החיובי. ידוע גם שב-$t = 4\text{sec}$ מהירותו היא 21 מטר לשנייה.

א. מצא את תאוצת הגוף.

ב. מצא נוסחת מיקום זמן של הגוף.

ג. מהו מיקום הגוף ב-$t = 0$, ומתי יהיה בראשית?

ד. מצא נוסחת מהירות זמן עבור הגוף.

ה. מהי המהירות בה הגוף התחיל את התנועה (מהירות ב-$t = 0$)?

8) שוטר רודף אחרי מכונית

שוטר נמצא בניידת משטרה. מכונית חולפת ליד הניידת במהירות של 150 קמ״ש.
זמן התגובה של השוטר בניידת הוא 3 שניות ולאחר מכן הוא מתחיל לנסוע
ממנוחה בתאוצה של $2\frac{m}{sec^2}$. המהירות המקסימלית של הניידת היא 180 קמ״ש.

א. באיזה מרחק מתחילת התנועה יתפוס השוטר את המכונית?

ב. שרטטו על אותה מערכת צירים את הגרפים של המהירות כתלות בזמן של המכונית והניידת מהרגע בו חולפת המכונית ליד הניידת.

9) זמן מינימלי לסיים מסלול**

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ״ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של $0.5g$.
מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק״מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן).

10) כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה**

רכבת יוצאת מיישוב א׳ אל יישוב ב׳.
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה.
בשליש של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה.
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה בישוב ב׳.
זמן הנסיעה הכולל הוא T.
כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובות סופיות:

1) א. $4\frac{m}{sec^2}$ ב. $x(t)=200m$ ג. $20\frac{m}{sec}$ ד. קטן.

ה. $t=4sec$ ו. $V_F\approx 21.91\frac{m}{sec}$

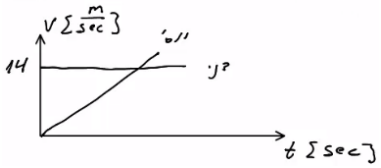
2) א. כאשר $0\le t\le 20$ (חלק I), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.
כאשר $20\le t\le 50$ (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.
כאשר $50\le t\le 60$ (חלק III), התאוצה קבועה ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

ב. $$a=\begin{cases}2\frac{m}{sec^2} & 0<t<20\\ 0 & 20<t<50\\ -4\frac{m}{sec^2} & 50<t<60\end{cases}$$

ג. $V(t=15)=30\frac{m}{sec}$, $V(t=40)=40\frac{m}{sec}$, $V(t=55)=20\frac{m}{sec}$

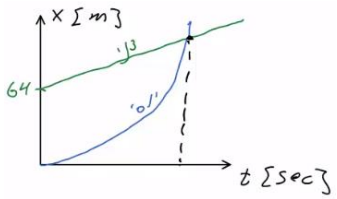
ד. $x(t=15)=225m$, $x(t=40)=1,200m$, $x(t=55)=1,750m$

3) א. דני - $V(t)=14\frac{m}{sec}$, יוסי - $V(t)=8t$; גרף:



ב. $t=1.75sec$; לא.

ג. דני - $x(t)=64+14t$, יוסי - $x(t)=4t^2$. גרף:



ד. ב-$t=6.12$, המרחק: $149.82m$.

4) א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.
גוף ב': כאשר $0<t<8$, כמו גוף א'. כאשר $t\ge 8$, תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א': $x(t)=\frac{2}{3}t^2$.
גוף ב': כאשר $0\le t\le 8$, $x(t)=\frac{3}{2}t^2$. כאשר $8\le t\le\infty$, $x(t)=96+24(t-8)$.

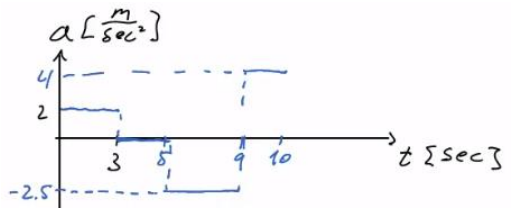
ג. כש-$\Delta x(t=3)=7.5m$, וכש-$\Delta x(t=24)=96m$. גוף ב' מקדים את א'.

ד. $t=18sec$ ה. כש-$t=31.42sec$.

5) א. לא. ב. כן. ג. לא. ד. לא. ה. לא.

6) א. כאשר $0\le t\le 3$ (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $3\le t\le 5$ (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.
כאשר $5\le t\le 9$ (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.
תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.
התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.
כאשר $9\le t\le 10$, תאוצה קבועה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.

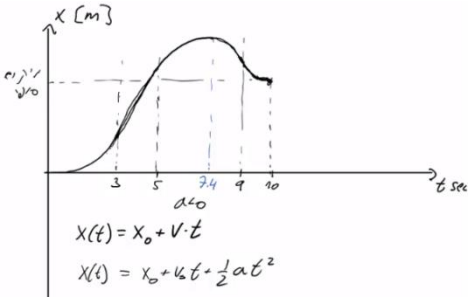
ב. $a=\begin{cases}2\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0<t<3\\ 0 & 3<t<5\\ -2.5\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5<t<9\\ 4\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9<t<10\end{cases}$ גרף:



ג. בזמן: 7.4sec ; המרחק: 28.2m.

ד. $S=33.4\text{m}$ ה. $\Delta x=23\text{m}$ ו. $\bar{V}=2.3\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ז. $\Delta x=x(t=6)25.75\text{m}$

ח. $t=3.5\text{sec}$ ט.

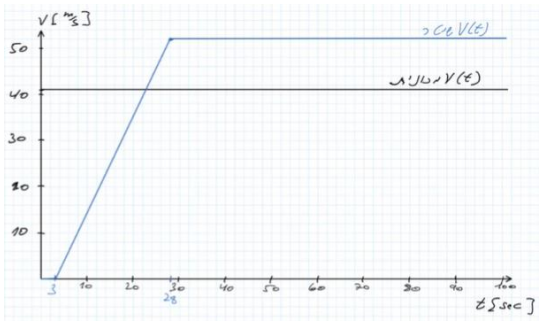


7) א. $a=3\frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$ ב. $x(t)=5+15(t-2)+\frac{1}{2}3(t-2)^2$

ג. $x(t=0)=-19$; $x(t=1.65)=0$

ד. $V(t)=15+3(t-2)$ ה. $V(t=0)=9\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

8) א. 3877m ב.



9) $T=58\text{sec}$

10) $t_2=\frac{T}{5}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית:

רקע

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות:

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$
$$x(t) = \int v(t)dt$$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

$$a(t) = \frac{dv}{dt}$$
$$v(t) = \int a(t)dt$$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

$$(\boldsymbol{cosx})' = -\boldsymbol{sinx}$$
$$(\boldsymbol{sinx})' = \boldsymbol{cosx}$$

שאלות:

1) מהירות רגעית ותאוצה רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי הנוסחה: $x(t) = 3 + t^2 + 2t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מה המהירות הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה?
ומה המהירות הממוצעת בעשר השניות הבאות?

ג. חשב את התאוצה הרגעית. מהי תאוצת הגוף ב- $t = 7\,\text{sec}$?

ד. חשב את התאוצה הממוצעת בעשר השניות הראשונות של התנועה ובעשר השניות הבאות.

2) מיקום עם קוסינוס

גוף נע לאורך קו ישר כאשר מיקומו נתון לפי: $x(t)=A\cos(\omega t)$,

(A ו- ω קבועים נתונים).

א. חשב את המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.

ב. שרטט את המיקום, המהירות והתאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן עבור מרווח הזמן: $0\le t\le 2\pi$ ועבור המקרים: $\omega=1$, $\omega=2$ ו- $\omega=0.5$.

ג. מתי התאוצה מקסימלית ומתי היא מתאפסת?

ד. הראה שמתקיים: $a(t)=-\omega^2 x(t)$.

ה. אם מודדים את t בשניות, מה היחידות של ω?

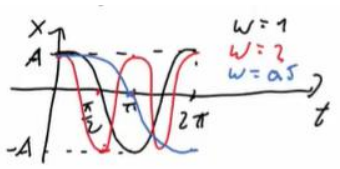
תשובות סופיות:

1) א. $2t+6t^2$ ב. $1,430\frac{m}{sec}$, $210\frac{m}{sec}$ ג. $a(t)=2+12t$, $a(t=7)=86\frac{m}{sec^2}$

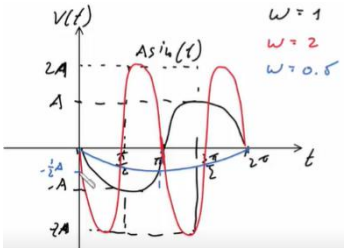
ד. $182\frac{m}{sec^2}$, $62\frac{m}{sec^2}$

2) א. $a(t)=-\omega^2 A\cos(\omega t)$, $v(t)=-\omega A\sin(\omega t)$

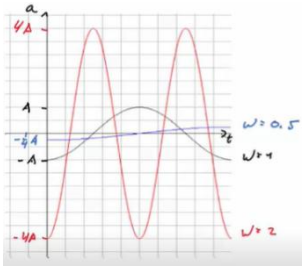
ב. מיקום:



מהירות:



תאוצה:



ג. מקסימלית: $t_{max}=\frac{\pi}{\omega}$, מתאפסת: $t=\frac{3\pi}{2\omega}$ או $t=\frac{\pi}{2\omega}$.

ד. הוכחה. ה. $[\omega]=\frac{1}{sec}$

מהירות רגעית ותאוצה רגעית - אינטגרלים:

שאלות:

1) מצא מהירות ומיקום

גוף נע בתאוצה של: $a=4t^3$.

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל לנוע ממנוחה.

ב. מצא את מיקום הגוף כתלות בזמן אם ידוע שהתחיל את תנועתו מ-$x_0=2$.

תשובות סופיות:

1) א. $v(t)=t^4$ ב. $x(t)=\frac{t^5}{5}+2$